

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ НАУКОВИЙ ЦЕНТР
«ХАРКІВСЬКИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

ТАРАСОВ Олександр Миколайович

УДК 537.621, 538.941, 524.354.6

**УЗАГАЛЬНЕНИЙ ФЕРМІ-РІДИННИЙ ПІДХІД
В ТЕОРІЇ НАДПЛИННОСТІ ${}^3\text{He}$ І НЕЙТРОННОЇ МАТЕРІЇ
З АНІЗОТРОПНИМ ТРИПЛЕТНИМ СПАРЮВАННЯМ
В СИЛЬНИХ МАГНІТНИХ ПОЛЯХ**

01.04.02 — теоретична фізика

Автореферат

дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Харків – 2020

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті теоретичної фізики імені О.І. Ахієзера
ННЦ «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України.

Науковий консультант: доктор фізико-математичних наук, професор,
академік НАН України
Пелетминський Сергій Володимирович,
Інститут теоретичної фізики імені О.І. Ахієзера
ННЦ «Харківський фізико-технічний інститут»
НАН України, головний науковий співробітник
відділу статистичної фізики і квантової теорії поля.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор,
член-кореспондент НАН України
Ямпольський Валерій Олександрович,
Інститут радіофізики та електроніки імені
О.Я. Усикова НАН України, головний науковий
співробітник відділу теоретичної фізики;
доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник,
Славін Віктор Валерійович,
Фізико-технічний інститут низьких температур
імені Б.І. Веркіна НАН України, завідувач
лабораторії чисельних методів теоретичної фізики;
доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник,
Філь Дмитро Вячеславович,
Інститут монокристалів НАН України,
провідний науковий співробітник відділу
теорії конденсованого стану речовини.

Захист відбудеться 15 грудня 2020 р. о 15 годині на засіданні спеціалізованої
вченої ради Д 64.845.02 Національного наукового центру «Харківський
фізико-технічний інститут» НАН України за адресою: 61108, м. Харків,
вул. Академічна, 1.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Національного наукового
центру «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України за адресою:
61108, м. Харків, вул. Академічна, 1, та на офіційному сайті ННЦ ХФТІ.

Автореферат розісланий 5 листопада 2020 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради,
кандидат фіз.-мат. наук

А.І. Кірдин

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Актуальність і важливість досліджень (теоретичних і експериментальних) різноманітних властивостей надплинних фаз гелію–3 пояснюється тим, що ця квантова фермі-рідина при низьких температурах ($\sim 10^{-3}$ K) і в магнітних полях поєднує в собі не тільки надплинні, але також магнітні та рідкокристалічні властивості. Крім того, незвичайні спін-триплетні анізотропні (зі спіном рівним одиниці і орбітальним моментом $l \neq 0$ куперівських пар ферміонів) типи спарювання (мають схожість з ^3He) електронів спостерігаються і вивчаються в кристалічних системах з важкими ферміонами (представляють собою різні інтерметалічні сполуки на основі церію і урану), а також в надпровідних сполуках з сімейства так званих металевих рутенатів [1*], і в феромагнітних сполуках урану: UGe_2 , URhGe , UCoGe , UIr [2*,3*]. Синглетне (з нульовим спіном куперівських пар) анізотропне d-спарювання ($l = 2$) реалізується в численних рядах високо-температурних надпровідників, які були відкриті в 1986 р. і до теперішнього часу їх нові різновиди активно досліджуються. Анізотропне спарювання вивчається вже близько 20 років і в розріджених атомарних газах при ультранизьких температурах в магнітних полях.

Таким чином, вивчення багаточастинкових фермі-систем з анізотропними типами спарювання ферміонів (в тому числі і різних надплинних фаз гелію–3 в магнітному полі) є *актуальною і важливою тематикою* досліджень не тільки теоретичних, а й експериментальних в різних наукових лабораторіях світу. При цьому механізми куперівського спарювання ферміонів в перерахованих вище конденсованих системах поки не досить добре вивчені (немає єдиної точки зору в науковому співтоваристві фахівців). У цьому ряду конденсованих середовищ (які є макроскопічними квантовими системами зі спонтанно порушеними симетріями, коли симетрія стану статистичної рівноваги системи нижче симетрії гамільтоніана) надплинні фази гелію–3 займають особливе місце. Унікальність надплинних фаз гелію–3 полягає в тому, що гелій–3 — це єдина на Землі штучно створена фермі-рідина (а не фермі-газ!), яка складається з електрично нейтральних фермічастинок (атомів ^3He), і має при цьому незвичайну спін-триплетну надплинність. У Всесвіті аналогічним надплинним об'єктом, що складається з електронейтральних фермічастинок — нейтронів, є надплинна нейтронна рідина, яка знаходиться всередині ядер (серцевин) нейтронних зірок, що утворюються в результаті гравітаційного колапсу при вибухах наднових II типу, якими завершується еволюція в часі досить масивних зірок (маса яких $\gtrsim (8 \div 10) \cdot M_{\odot}$, де M_{\odot} — маса Сонця).

Вже пройшло більше 50 років з відкриття за допомогою наземного радіотелескопа Кембріджського університету (Англія) першого з пульсарів [4*], нейтронної зірки, що швидко обертається та випромінює електромагнітні хвилі у радіодіапазоні. З тих пір вже відкрито понад двох з половиною тисяч нейтронних зірок різних типів, більше половини з яких є радіопульсарами. Але це становить лише дуже малу частку від загальної чисельності нейтронних зірок існуючих у нашій

Галактиці і у Всесвіті. Приблизно декілька відсотків з усіх нейтронних зірок може становити чисельність так званих магнетарів — сильно намагнічених нейтронних зірок [5*,6*], які можуть проявляти себе, як так звані аномальні рентгенівські пульсари (anomalous X-ray pulsars) та як джерела випромінювання м'яких гамма-сплесків, що повторюються (soft gamma repeaters). Періоди пульсуючого випромінювання магнетарів становлять декілька секунд. Більшість магнетарів не проявляє себе як радіопульсари [7*].

Вивчення різноманітних властивостей нейтронних зірок є *актуальним* в першу чергу для сучасних теоретичної та ядерної астрофізики і мають фундаментальне значення для висвітлення природи явищ, що відбуваються у надгустих фазах конденсованої адронної матерії (зі спонтанно порушеними симетріями), що існують всередині різних нейтронних зірок і, зокрема, в магнетарах, які мають дуже сильне власне магнітне поле, напруженість якого всередині може сягати 10^{18} Гс [8*], але природа походження його поки не відома. Теорія адронної матерії над'ядерних густин ще далека від свого завершення і потребує подальшого розвитку з використанням альтернативних теоретичних підходів та різних способів експериментального дослідження. А саме, крім вивчення зіткнень (як центральних, так і периферійних [9*]) важких іонів високих енергій у сучасних колайдерах є альтернативна можливість дослідження адронної (і зокрема нуклонної) матерії шляхом спостереження за поведінкою нейтронних зірок та їх охолодженням завдяки випромінюванню нейтрино. Важливо зауважити, що в фізиці нейтронних зірок використовуються теоретичні методи і моделі, які зазвичай вже апробовані і вважаються досить надійними в лабораторних умовах, але їх застосування для опису властивостей нейтронних зірок (і, зокрема, надплинності і магнетизму нейтронної рідини) дає змогу виявити межі придатності цих теоретичних підходів у більш екстремальних умовах всередині різноманітних нейтронних зірок.

Дане дисертаційне дослідження складається з двох частин, об'єднаних використанням єдиного теоретичного підходу — так званого узагальненого фермі-рідинного методу опису надплинних фермі-систем з триплетним спарюванням ферміонів. Перша частина складається з двох розділів і присвячена вивченню властивостей надплинних фаз рідкого ${}^3\text{He}$ (в яких взаємодія між атомами ${}^3\text{He}$ є за своєю природою електромагнітною), що знаходяться в стані статистичної рівноваги, при наявності досить сильного постійного в часі просторово однорідного магнітного поля. Друга частина включає в себе три наступні розділи, де вивчаються рівноважні властивості надплинних фаз густої нейтронної матерії з сильною (ядерною) взаємодією і анізотропним триплетним спарюванням типу ${}^3\text{He}$ при наявності сильного магнітного поля. Ця частина дисертації може бути використана при теоретичному вивченні властивостей нейтронних зірок, що складаються в основному з нейтронів і привертають до себе пильну увагу фізиків і астрофізиків вже понад 50 років після відкриття пульсарів, які мають сильні магнітні поля.

Все вище сказане підтверджує актуальність обраної теми теоретичних досліджень в даній дисертації.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертація виконана у відділі «Статистичної фізики і квантової теорії поля» Інституту теоретичної фізики (ІТФ) ім. О. І. Ахієзера Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» (ННЦ ХФТІ) НАН України. Вона є складовою частиною наступних науково-дослідних робіт і проектів:

— науково-дослідна робота «Фазовые переходы в нормальных и сверхтекучих ферми-жидкостях и теоретико-групповые методы в теории поля» (програма робіт з Атомної науки і техніки ННЦ ХФТІ, термін виконання 1993 — 2000 рр., виконавець);

— тема науково-дослідної роботи ГКНТ «Фундаментальные проблемы статистической механики неравновесных процессов в конденсированных средах» за Програмою «Атомная наука и техника — 2000» (ННЦ ХФТІ, термін виконання 1995 — 1996 рр., виконавець);

— тема науково-дослідної роботи ГКНТ «Развитие теории систем со спонтанно нарушенной симметрией, конденсированных сред при наличии длинноволновых флуктуаций, исследование коллективных эффектов в квантовоэлектродинамических процессах» за Програмою «Атомная наука и техника — 2000» (ННЦ ХФТІ, термін виконання 1995 — 1996 рр., виконавець);

— проект 2.4/378 Державного фонду фундаментальних досліджень України «Статистическая физика конденсированного состояния и флуктуаций в неравновесных системах» (термін виконання 1996 — 1997 рр., виконавець);

— науково-дослідна робота «Фазовые превращения в сверхтекучих ферми-жидкостях и изучение динамики струн и бран на основе теоретико-групповых методов» (ІТФ ННЦ ХФТІ, термін виконання 2001 — 2002 рр., відповідальний виконавець);

— науково-дослідна робота «Теоретичні дослідження по проблемам статистичної механіки конденсованих систем і теорії поля» (ІТФ ННЦ ХФТІ, номер державної реєстрації 080901UP0009, термін виконання 2003 — 2005 рр., відповідальний виконавець);

— науково-дослідна робота Відділення ядерної фізики та енергетики НАН України «Теоретичні дослідження по статистичній фізиці конденсованих середовищ зі спонтанно порушеною симетрією і газоподібних систем та теоретико-груповим методам у теорії поля» (номер державної реєстрації 080906UP0010, термін виконання 2006 — 2010 рр., відповідальний виконавець);

— науково-дослідна робота Відділення ядерної фізики та енергетики НАН України «Розвиток методів статистичної фізики та квантової теорії поля для дослідження проблем конденсованих і газоподібних середовищ та динаміки полів і суперсиметричних подовжених об'єктів» (номер державної реєстрації 0111U009549, термін виконання 2011 — 2015 рр., відповідальний виконавець);

— науково-дослідна робота Відділення ядерної фізики та енергетики НАН України «Дослідження класичних і квантових симетрій у теоретико-польових та струнних моделях та проблем статистичної механіки конденсованих середовищ»

(номер державної реєстрації 0116U007065, термін виконання 2016 — 2020 рр., відповідальний виконавець);

Мета і завдання дослідження. Метою дослідження було вивчення в єдиному теоретичному підході рівноважних властивостей і фазових переходів в двох надплинних однокомпонентних фермі-рідинах, що складаються з електронейтральних ферміонів (атомів ^3He і нейтронів) з міжчастинковими взаємодіями різної фізичної природи, — а саме, в надплинних фазах рідкого гелію-3 і в щільній нейтронній матерії — з триpletним спарюванням в сильних магнітних полях.

Основні задачі дослідження:

— Узагальнити рівняння Гінзбурга—Ландау для параметра порядку надплинних фаз рідкого гелію-3 в сильних магнітних полях, які справедливі при температурах близьких до температур фазового переходу в ці надплинні стани.

— Знайти в узагальненому фермі-рідинному підході явний вигляд нормальних і аномальних функцій розподілу квазічастинок в загальному випадку — для довільних значень температур, при яких однокомпонентні фермі-рідини, що складаються з електронейтральних ферміонів, є надплинними з триpletним спарюванням в сильних магнітних полях.

— В узагальненому фермі-рідинному підході вивести формули для температур фазових переходів в різні надплинні фази гелію-3 в сильних магнітних полях і порівняти їх з теоретичними і експериментальними результатами інших авторів.

— Дослідити рівноважні властивості надплинних фаз щільної нейтронної матерії суб'ядерних і над'ядерних густин з триpletним спарюванням нейтронів в сильних магнітних полях, використовуючи в якості взаємодії різні параметризації ефективних сил Скірма, які вже відомі в ядерній фізиці.

— Вивести формули для температур фазових переходів в різні надплинні фази щільної нейтронної матерії з триpletним спарюванням нейтронів в сильних магнітних полях і знайти вигляд їх залежності від магнітного поля і від густини в межах застосовності нерелятивістського підходу.

— Знайти для магнітної сприйнятливості явну залежність від густини для нейтронної матерії з різними параметризаціями сил Скірма і з триpletним спарюванням нейтронів в граничному випадку температури, що дорівнює нулю.

— Вивести формули для питомої теплоємності, що залежить від температури і густини, як для щільної надплинної нейтронної матерії, так і для надплинних фаз гелію-3 з анізотропним триpletним спарюванням в межах наднизьких температур і температур близьких до температур фазових переходів з нормальних в надплинні стани за відсутності магнітного поля.

Об'єктами дослідження є надплинні фази рідкого гелію-3, а також щільна нейтронна матерія, яка існує в надплинних станах з анізотропним триpletним спарюванням нейтронів в рідкому шарі ядра нейтронних зірок.

Предметом дослідження є рівноважні властивості надплинних фаз рідкого гелію-3 і густої нейтронної матерії з анізотропним триpletним спарюванням ферміонів (атомів ^3He і нейтронів) при наявності сильних магнітних полів.

Методи дослідження. Основним методом теоретичного дослідження в дисертації є напівфеноменологічний узагальнений фермі-рідинний підхід. Цей метод узагальнює теорію нормальної фермі-рідини, розроблену Л.Д. Ландау для опису властивостей рідкого ${}^3\text{He}$ в нормальному стані, на випадки опису надплинних фермі-рідин. А саме, в даній дисертації в єдиному узагальненому фермі-рідинному підході вивчаються дві макроскопічні фермі-системи з триплетним спарюванням електронейтральних ферміонів — надплинні фази рідкого ${}^3\text{He}$ і надплинні фази щільної нейтронної матерії з триплетним спарюванням в сильних магнітних полях. Розрахунки проводяться, головним чином, аналітичними методами теоретичної і математичної фізики з використанням чисельних методів при розв'язанні деяких нелінійних інтегральних рівнянь.

Наукова новизна отриманих результатів. В дисертації наведено подальший розвиток і застосування узагальненого фермі-рідинного підходу для опису надплинності фермі-рідин з триплетним спарюванням у сильних магнітних полях. При вирішенні вказаних задач дисертантом були отримані такі нові результати.

— Вперше знайдено квадратичну по магнітному полю H поправку до коефіцієнту при просторових похідних від параметра порядку в рівнянні Гінзбурга–Ландау для надплинної ${}^3\text{He}$, яка в помірно сильних полях сягає значень $\sim 10\%$ від величини коефіцієнта при $H = 0$ і тому цю поправку необхідно враховувати.

— Отримано рівняння Гінзбурга–Ландау у разі триплетного p -спарювання за відсутності магнітного поля, але при наявності однорідної течії нормальної компоненти надплинної фермі-рідини зі швидкістю v_n . В результаті аналітичних розрахунків рівняння Гінзбурга–Ландау отримано з поправками до коефіцієнтів при градієнтах від параметра порядку. Ці поправки до коефіцієнтів в рівнянні обумовлені впливом однорідного потоку зі швидкістю v_n і можуть досягати за величиною $\sim 10\%$ від значень коефіцієнтів при $v_n = 0$. Облік знайдених *вперше нових поправок* в рівнянні Гінзбурга–Ландау важливий перш за все для ${}^3\text{He} - B$.

— В узагальненому фермі-рідинному підході отримано *вперше* в явному вигляді загальні аналітичні вирази для аномальних і нормальних функцій розподілу квазічастинок в довільних фазах надплинної парамагнітної фермі-рідини, що складається з електронейтральних ферміонів з триплетним спарюванням (спін куперівської пари дорівнює одиниці, орбітальний момент пари – будь-яке непарне число), в постійному однорідному помірно сильному магнітному полі і при наявності течії нормальної компоненти зі швидкістю \mathbf{v}_n . Результуючі вирази для функцій розподілу квазічастинок справедливі при будь-яких температурах з інтервалу $0 \leq T \leq T_c$, при яких фермі-рідина знаходиться в надплинному стані.

— Для надплинної фази ${}^3\text{He} - A_2$ в помірно сильному магнітному полі отримано складну систему нелінійних інтегральних рівнянь для компонент параметра порядку і ефективного магнітного поля з урахуванням двох обмінних амплітуд Ландау. Цю систему рівнянь для довільних значень температури з інтервалу $0 \leq T \leq T_c$ можна розв'язувати наближено за допомогою чисельних методів.

— *Вперше* виведено систему нелінійних інтегральних рівнянь для компонент

параметра порядку і ефективного магнітного поля в щільній надплинній просторово однорідній нейтронній матерії з триплетним анізотропним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A_{1,2}$. Передбачалося, що постійне і просторово однорідне магнітне поле – «помірно» сильне, а параметризація сил Скірма в нейтронній матерії – довільна.

– З інтегральних рівнянь *вперше* отримано загальні наближені аналітичні вирази для температур фазових переходів просторово однорідної нейтронної матерії з довільною параметризацією сил Скірма в надплинні стани з триплетним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A_{1,2}$. Здобуті функції для температур фазових переходів лінійно залежать від «помірно» сильних магнітних полів і нелінійно – від густини числа нейтронів в інтервалі зміни від суб'ядерних до над'ядерних значень характерних для рідкого зовнішнього шару ядра нейтронних зірок.

– *Вперше* виведено загальну наближену аналітичну формулу для ефективного магнітного поля справедливу в граничному випадку нульової температури для довільних параметризацій сил Скірма в щільній надплинній нейтронній матерії при суб'ядерних і над'ядерних густинах і з триплетним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A$. Для конкретних традиційних параметризацій SLy2, Gs, RATP і BSk17 сил Скірма отримано явні вирази для відношення парамагнітних сприйнятливостей ідеального фермі-газу нейтронів і надплинної нейтронної матерії.

– Встановлено, що в магнітному полі різниця температур фазових переходів $T_{c,1} - T_{c,2}$ густої нейтронної матерії в надплинні стани з анізотропним триплетним p -спарюванням (спочатку з нормального стану в стан типу ${}^3\text{He} - A_1$, а потім – в стан типу ${}^3\text{He} - A_2$), нелінійно зростаючи із зростанням густини, стає розбіжною при наближенні густини до деякого граничного критичного значення, яке, як правило, перевищує ядерну густину і є різним для різних традиційних параметризацій сил Скірма в нейтронній матерії. При цьому ж критичному значенні густини прямує до нескінченності також і парамагнітна сприйнятливість надплинної нейтронної матерії, що інтерпретується як фазовий перехід надплинної нейтронної матерії в феромагнітний стан, який співіснує з анізотропною триплетною надплинністю густої нейтронної матерії з традиційними силами Скірма.

– Показано, що температурні залежності енергетичної щільності надплинних фермі-рідин типу ${}^3\text{He} - A$ поблизу $T = 0$ і в околі T_{c0} (при $H = 0$) обумовлені тільки симетрією параметра порядку і не залежать від природи взаємодій, які призводять до триплетного куперівського спарювання в системі. Але залежності від густини для температур фазових переходів $T_{c0,BSk}$ і для енергетичної щільності в надплинній нейтронній матерії з узагальненими BSk силами Скірма мають немонотонний – «дзвоноподібний» – профіль залежності і відрізняються якісно і кількісно від відповідних величин в надплинній фазі ${}^3\text{He} - A$ рідкого гелію-3.

– Отримано наближені аналітичні формули для питомої теплоємності надплинної нейтронної матерії і надплинної фермі-рідини з триплетним анізотропним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A$, які справедливі при температурах поблизу $T = 0$ і в околі T_{c0} . *Встановлено*, що характер залежності питомої теплоємності від температури T в надплинній фазі (при $0 < T < T_{c0}$) *не залежить від типу взаємодії*

між ферміонами. Тобто степенева температурна залежність питомої теплоємності надплинної нейтронної матерії і надплинної фермі-рідини визначається типом анізотропного спарювання ферміонів.

— Здобута *вперше* уточнена аналітична формула для питомої теплоємності надплинної нейтронної матерії (і надплинної фермі-рідини) містить *додаткову поправку* $\sim T^5$, яка може досягати за величиною кількох відсотків в порівнянні з відомим головним доданком $\sim T^3$ на інтервалі зміни температури $0 < T \ll T_{c0}$.

— Показано, що залежність питомої теплоємності від густини числа частинок істотно різниться для різних надплинних фермі-рідин (або для надплинної нейтронної матерії з різними узагальненими параметризаціями сил Скірма) і визначається параметрами взаємодії.

— *Вперше* отримано загальні аналітичні наближені вирази для температур $T_{c1,2}(H, n)$ фазових переходів в надплинній нейтронній матерії з триплетним спарюванням типу ${}^3\text{He} - A$, що залежать лінійним чином від магнітного поля H в «помірно» сильних магнітних полях. Крім того, ці вирази для температур фазових переходів залежать немонотонним чином від густини нейтронної матерії з узагальненими BSk ефективними силами Скірма, а саме, мають дзвоноподібний профіль залежності від n при кожному фіксованому значенні магнітного поля.

— Показано *вперше*, що не тільки в нормальній, але і в надплинній нейтронній матерії з анізотропним триплетним p -спарюванням нейтронів (типу ${}^3\text{He} - A$) і з узагальненими параметризаціями BSk18 – BSk21 типів взаємодій Скірма (які містять додаткові доданки, що залежать від густини n числа нейтронів) усувається феромагнітна нестійкість, тобто магнітна сприйнятливість $\chi_{BSk}(n)$ проявляє несингулярну залежність від густини при суб'ядерних і над'ядерних її значеннях, як в рідкому шарі ядра нейтронних зірок.

— В результаті чисельного розв'язання системи двох нелінійних інтегральних рівнянь для компонент параметра порядку надплинної нейтронної матерії з BSk21 параметризацією сил Скірма в граничному випадку нульової температури *встановлено*, що в помірно сильних магнітних полях з інтервалу $10^{16}\text{Гс} \leq H \leq 10^{17}\text{Гс}$ починає проявлятися слабка нелінійна залежність від магнітного поля величини розщеплення розв'язків для компонент параметра порядку надплинної нейтронної матерії з анізотропним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A$. Знайдене розщеплення розв'язків для компонент параметра порядку має також малу асиметрію, зростаючу слабо нелінійним чином із зростанням магнітного поля в цьому інтервалі.

Деякі результати, отримані здобувачем, мають **методичне значення**:

— З виведеного рівняння Гінзбурга–Ландау отримано формули для температур фазових переходів з нормального стану фермі-рідини (типу ${}^3\text{He}$) в ${}^3\text{He} - A_1$ і з ${}^3\text{He} - A_1$ в ${}^3\text{He} - A_2$ в магнітному полі. Ці вирази узгоджуються з відомими формулами теорії слабого зв'язку для температур фазових переходів $T_{A_1}(H)$ і $T_{A_2}(H)$. Крім того, з рівняння Гінзбурга–Ландау отримано формулу для температури $T_B(H)$ фазового переходу з надплинної фази ${}^3\text{He} - A$ в ${}^3\text{He} - B$ в помірно сильному магнітному полі. Знайдена головна квадратична залежність $T_B(H)$ від

магнітного поля якісно узгоджується з поведінкою температури фазового переходу в надплинну фазу ${}^3\text{He} - B$. Отримані формули для температур фазових переходів *мають не тільки методичний інтерес, бо вперше знайдена нова додаткова нелінійна поправка* в магнітному полі в формулі для $T_B(H)$, відносний внесок якої хоча і малий в межах застосовності теорії збурень, але може досягати декількох відсотків в помірно сильних полях.

— Для надплинних фаз типу ${}^3\text{He} - A_1$, ${}^3\text{He} - A_2$ і $2D$ -фази ${}^3\text{He}$ в помірно сильному магнітному полі при температурах $0 \leq T \leq T_c$ знайдено систему рівнянь для компонент параметра порядку і ефективного магнітного поля, а також загальний вираз для нелінійної магнітної сприйнятливості для цих фаз при обліку обмінної нормальної фермі-рідинної амплітуди Ландау.

Наукове і практичне значення отриманих результатів. Більшість результатів, наведених у цій дисертації, отримано вперше. Дані дослідження виконані в єдиному теоретичному підході (узагальненому фермі-рідинному підході) мають не тільки фундаментальний характер з точки зору отримання нових знань, подальшого розвитку методів статистичної фізики, теорії конденсованого стану квантових макросистем (що перебувають в екстремальних умовах — при низьких температурах, в сильних магнітних полях та при над'ядерних густинах) зі спонтанно порушеними симетріями, але й мають перспективу з точки зору застосувань розроблених методів у суміжних областях фізики (зокрема, у фізиці надпровідників з незвичайними типами куперівського спарювання ферміонів) та астрофізики, а також удосконалення методики викладання статистичної фізики та фізики конденсованого стану вироджених систем студентам фізичних спеціальностей вищих навчальних закладів.

Особистий внесок здобувача. Усі статті за темою дисертації, а також усі доповіді та тези доповідей у матеріалах вітчизняних і міжнародних конференцій виконані та опубліковані здобувачем особисто (без співавторів).

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися і обговорювалися на наступних вітчизняних та міжнародних конференціях і школах: Всесоюзная конференция «Современные проблемы статистической физики» (Харьков, 14–17 мая 1991 г.), ХФТИ МАЭП СССР и МИАН СССР им. В.А. Стеклова; 30-е Совецание по физике низких температур (НТ30), 6–8 сентября 1994, Дубна, (РАН. Научный совет по проблеме «Физика низких температур». Объединенный институт ядерных исследований); XXI International Conference on Low Temperature Physics (LT21), August 8–14, 1996, Prague, Czech Republic; 31-е Совецание по физике низких температур (НТ31), 2–3 декабря 1998, Москва, (РАН. Научный совет по проблеме «Физика низких температур». МГУ им. М.В. Ломоносова, Институт Физических Проблем им. П.Л. Капицы РАН); International Conference "Special Problems in Physics of Liquids" (dedicated to the memory of Prof. I. Z. Fisher), May 31 – June 4, 1999, Odessa, Ukraine (Kiev National University, Odessa State University); 32-е Всероссийское Совецание по физике низких температур (НТ32), 3–6 октября 2000, Казань, (РАН. Научный совет

по проблеме «Физика низких температур». Казанский госуниверситет, Казанский Физико-Технический Институт КНИЦ РАН); International Conference on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2001), October 30 – November 3, 2001, Kharkov, Ukraine (National Science Center "Kharkov Institute of Physics and Technology"); 23rd International Conference On Low Temperature Physics (LT23), August 20–27, 2002, Hiroshima, Japan; 2nd International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems", September 12–15, 2003, Kyiv, Ukraine (Kyiv Taras Shevchenko National University); Bogolyubov Kyiv Conference "Modern Problems of Mathematics and Theoretical Physics", September 13–16, 2004, Kyiv, (International Association of Academies of Sciences, National Academy of Sciences of Ukraine, Institute of Mathematics, Bogolyubov Institute for Theoretical Physics); 3rd International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2005), May 27–30, 2005, Kyiv, Ukraine (Kyiv Taras Shevchenko National University); 24th International Conference on Low Temperature Physics (LT24), August 10–17, 2005, Orlando, Florida, USA; 2nd International Conference on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2006), September 19–23, 2006, Kharkov, Ukraine (National Science Center "Kharkov Institute of Physics and Technology"); 4th International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2008), May 23–26, 2008, Kyiv, Ukraine (Kyiv Taras Shevchenko National University); Bogolyubov Kyiv Conference "Modern Problems of Theoretical and Mathematical Physics" (Dedicated to the 100th anniversary of M.M. Bogolyubov (1909–1992)), September 15–18, 2009, Kyiv, (International Association of Academies of Sciences, National Academy of Sciences of Ukraine, Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, Institute of Mathematics); 5th International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2010), May 21–24, 2010, Kyiv, Ukraine (Kyiv Taras Shevchenko National University); 26th International Conference on Low Temperature Physics (LT26), August 10–17, 2011, Beijing, China; 3rd International Conference on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2011), August 29 – September 2, 2011, Kharkov, Ukraine (National Science Center "Kharkov Institute of Physics and Technology"); International Conference "Problems of Theoretical Physics" dedicated to the 100-th anniversary of Alexander Davydov, October 8–11, 2012, Bogolyubov ITP, Kyiv, Ukraine; International School-seminar "New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions" (NPQCD–2013), May 22–24, 2013, Dnipropetrovsk, Ukraine (Oles Honchar Dnipropetrovsk National University); 6th International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2014), May 23–27, 2014, Kyiv, Ukraine (Kyiv Taras Shevchenko National University); 7th International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2016), May 27–30, 2016, Kyiv, Ukraine (Kyiv Taras Shevchenko National University); 28th International Conference on Low Temperature Physics (LT28), August 9–16, 2017, Gothenburg, Sweden; 8th International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2018), May 18–22, 2018, Kyiv, Ukraine (Kyiv Taras Shevchenko National University).

Публікації. Результати дисертації опубліковані в 49 наукових роботах: в 18 статтях в рецензованих фахових періодичних вітчизняних і міжнародних наукових журналах, в 2 препринтах (один з яких опубліковано в електронному вигляді в arXiv: nucl-th), в 2 доповідях в збірниках праць наукових конференцій, а також в 27 тезах доповідей на вітчизняних і міжнародних конференціях. Всі ці наукові роботи виконані і опубліковані в одноосібному авторстві. Список робіт наведено в кінці автореферату.

Структура і обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу і п'яти розділів основного тексту з 45 рисунками та 2 таблицями, висновків, списку використаних джерел з 529 найменувань і двох додатків. Загальний обсяг тексту дисертації складає 329 сторінок, з яких список використаних джерел займає 46 сторінок, додатки займають 33 сторінки, рисунки і таблиці, які розміщені в основному тексті на окремих сторінках, займають 18 сторінок.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано вибір теми дисертації та її актуальність, сформульовано мету і основні задачі дослідження, а також вказано теоретичні методи застосовані при розв'язанні цих задач, розкрита новизна, наукове, практичне і методичне значення отриманих результатів, відзначається вирішальний особистий внесок здобувача при виконанні та опублікуванні результатів дослідження. Наведено перелік вітчизняних та міжнародних конференцій і шкіл, на яких відбувалась апробація отриманих здобувачем результатів, а також викладено зв'язок виконаної роботи з науковими програмами, планами, темами. Вказано про публікації, структуру і обсяг дисертації.

Перший розділ присвячено виведенню рівнянь Гінзбурга–Ландау для надплинної фермі-рідини електронейтральних частинок з триплетним спарюванням (а саме, надплинних фаз рідкого ${}^3\text{He}$), які справедливі в області температур T поблизу температури фазового переходу другого роду з нормального в надплинний стан T_c (тобто вважаємо, що $T_c - T \ll T_c$). Основний зміст і нові результати наведені в цьому розділі базуються на статтях [1,2] здобувача (див. також роботи [19,21-24]), в яких враховано не тільки вплив досить сильного зовнішнього магнітного поля і наявність в ${}^3\text{He}$ обмінних фермі-рідинних взаємодій, але і течія нормальної компоненти надплинного гелію-3. Розгляд в першому розділі (і в наступних розділах) засновано на використанні фермі-рідинного підходу Ландау, узагальненого в [10*,11*,12*] на надплинні системи. Слід зазначити, що застосування узагальненого на надплинні системи фермі-рідинного підходу дозволяє при виведенні рівнянь Гінзбурга–Ландау для параметра порядку використовувати замість формалізму функцій Гріна більш прості величини — нормальні і аномальні «функції розподілу» квазічастинок.

Підрозділ 1.1 містить аналіз історії питання і огляд літератури, яка пов'язана з темою першого розділу. В наступному *підрозділі 1.2* розглянуто надплинну фермі-рідину з електронейтральних частинок з триплетним спарюванням за відсутності

магнітного поля. Для цього випадку коротко викладено основні положення узагальненого фермі-рідинного підходу і наведено так зване рівняння самоузгодження, яке є основним рівнянням узагальненого фермі-рідинного підходу і впливає з принципу максимуму ентропії системи в стані статистичної рівноваги за умови сталості енергії, імпульсу і числа частинок.

В *підрозділі* 1.3 застосовано теорію збурень за степенями малого параметру порядку для надплинної фермі-рідини з триплетним спарюванням (у відповідності з теорією фазових переходів 2-го роду) при температурах T поблизу T_c за відсутності магнітного поля. А також з урахуванням малізми просторових похідних від параметру порядку за умови, що параметр порядку мало змінюється на відстанях порядку розмірів куперівської пари $\xi_0 \sim \hbar v_F / \pi k_B T_c$ (відзначимо тут, що $\hbar = 1$, $k_B = 1$ мається на увазі в цих підрозділах; v_F – швидкість Фермі), отримано інтегро-диференціальне рівняння для параметра порядку з точністю до членів третього ступеня за малим параметром порядку. Необхідно підкреслити, що отримане рівняння справедливо в загальному випадку триплетного спарювання ферміонів, коли для куперівських пар спіні $s = 1$, а орбітальний момент l – будь-яке непарне число (в одиницях \hbar).

У наступному *підрозділі* 1.4 для спрощення інтегро-диференціального рівняння розглянуто окремий випадок триплетного спарювання, а саме, p -спарювання ($s = 1$, $l = 1$). Введено комплексну 3×3 матрицю, що є параметром порядку для надплинних систем з p -спарюванням, для якої у підсумку, виходячи з інтегро-диференціального рівняння, виведено нелінійне рівняння Гінзбурга–Ландау для надплинної фермі-рідини з триплетним p -спарюванням (за відсутності магнітного поля), яке повністю узгоджується з відомим вже раніше і вперше виведеним в іншому підході (заснованому на використанні рівнянь Горькова для функцій Гріна в разі p -спарювання ферміонів).

Підрозділ 1.5 присвячено розгляду фермі-рідини з електронейтральних частинок в магнітному полі. Відповідно до основних положень узагальненого фермі-рідинного підходу для опису такої фермі-рідини з триплетним спарюванням в постійному просторово однорідному магнітному полі \mathbf{H} використовуємо вираз для її енергії $E(f, g, g^+; H)$, яка (як і в підрозділі 1.2 вище) є функціоналом нормальної $f_{12} \equiv \text{Spp} a_2^+ a_1$ і аномальних «функцій розподілу» $g_{12} \equiv \text{Spp} a_2 a_1$, $g_{12}^+ \equiv \text{Spp} a_2^+ a_1^+$ фермі-квазічастинок, а також залежить тепер і від магнітного поля (ρ – нерівноважний статистичний оператор; a_1^+ , a_1 – оператори народження і знищення ферміонів в стані $1 \equiv \mathbf{p}_1, s_1$, де \mathbf{p}_1 – імпульс, s_1 – проекція спіна на вісь квантування $\mathbf{z} \parallel \mathbf{H}$). Надалі припускаємо, що функціонал енергії взаємодії ферміонів інваріантний щодо локальних фазових перетворень, а також обертань як в спіновому, так і в координатному просторах. Функціонал енергії з урахуванням зазначених властивостей інваріантності можна

$$E(f, g, g^+; H) = E_0(f; H) + E_1(f) + E_2(g, g^+). \quad (1)$$

Тут $E_0(f; H)$ — енергія невзаємодіючих ферміонів в магнітному полі:

$$E_0(f; H) = \sum_{12} [\varepsilon_0(p_1)\delta_{s_1 s_2} - \mu_n H_\alpha(\sigma_\alpha)_{s_1 s_2}] f_{s_1 s_2}(\mathbf{p}_1)\delta_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2}, \quad (2)$$

де $\varepsilon_0(p) = p^2/2m$ — енергія ферміона в нехтуванні фермі-рідинними взаємодіями; m — маса вільного ферміона, а μ_n — його магнітний дипольний момент; σ_α — матриці Паулі ($\alpha = 1, 2, 3$; компоненти векторів в спіновому просторі будемо позначати тут грецькими буквами). В (1) входить $E_1(f)$ — функціонал енергії, що має вказані властивості симетрії, який описує нормальні фермі-рідинні взаємодії:

$$E_1(f) = \frac{1}{2V} \sum_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2} \left[f_0(\mathbf{p}_1)F_1(\mathbf{p}_1; \mathbf{p}_2)f_0(\mathbf{p}_2) + f_\alpha(\mathbf{p}_1)F_2(\mathbf{p}_1; \mathbf{p}_2)f_\alpha(\mathbf{p}_2) \right] \quad (3)$$

(V — об'єм, який займає надплинна фермі-рідина). В (3) входять нормальні необмінні і обмінні фермі-рідинні функції взаємодії $F_1(\mathbf{p}_1; \mathbf{p}_2)$ і $F_2(\mathbf{p}_1; \mathbf{p}_2)$, які Л.Д. Ландау ввів в теорію нормальної фермі-рідини [13*]. Тут і в (2) враховано, що в просторово однорідному випадку

$$f_{12} = f_{s_1 s_2}(\mathbf{p}_1)\delta_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2} = [f_0(\mathbf{p}_1)\delta_{s_1 s_2} + f_\alpha(\mathbf{p}_1)(\sigma_\alpha)_{s_1 s_2}] \delta_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2} \quad (4)$$

(при цьому вважаємо, що надплинна компонента в стані термодинамічної рівноваги покоїться, її швидкість $v_s = 0$). Функціонал енергії $E_2(g, g^+)$ (який входить в (1) і задовольняє перерахованим вище властивостям інваріантності) для надплинної фермі-рідини з триплетним спарюванням залежить від аномальної фермі-рідинної амплітуди взаємодії $L_t(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ і має вигляд:

$$E_2(g, g^+) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2} g_\alpha^*(\mathbf{p}_1)L_t(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)g_\alpha(\mathbf{p}_2), \quad (5)$$

де враховано, що в просторово однорідному випадку

$$(g_\alpha)_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2} = g_\alpha(\mathbf{p}_1)\delta_{\mathbf{p}_1, -\mathbf{p}_2}, \quad g_\alpha(\mathbf{p}) = \frac{1}{2i} S p_s g(\mathbf{p}) \sigma_2 \sigma_\alpha, \quad (6)$$

(для ферміонів $g_{12} = -g_{21}$ і тому $g_\alpha(\mathbf{p}) = -g_\alpha(-\mathbf{p})$). В загальному випадку триплетного спарювання ферміонів (коли спин куперівської пари $s = 1$, а орбітальний момент l — будь-яке непарне число) величини g_{12} мають вид:

$$g_{12} = i(g_\alpha)_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2} (\sigma_\alpha \sigma_2)_{s_1 s_2}. \quad (7)$$

Як раніше показано [10*, 11*, 12*], функції розподілу квазічастинок f_{12} і g_{12} задовольняють рівнянням, які еквівалентні рівнянню самоузгодження, але більш зручні для конкретних застосувань і мають вигляд:

$$g = \tilde{X} \tilde{n} \tilde{K} + K(1 - n)X, \quad f = Kn + X(1 - \tilde{n})X^+ K, \quad (8)$$

$$K = (1 + XX^+)^{-1}, \quad n = \left\{ \exp \left[\frac{1}{T} (\xi - X\Delta^+) \right] + 1 \right\}^{-1}. \quad (9)$$

Тут матриця X задовольняє рівнянню

$$\xi X + X\tilde{\xi} + \Delta - X\Delta^+X = 0, \quad \tilde{X} = -X \quad (10)$$

($\tilde{}$ — знак транспонування матриці), а матриця ξ визначається формулою

$$\xi_{12}(f; H) = \varepsilon_{12}(f; H) - (\mathbf{v}_n \mathbf{p}_1 + \mu) \delta_{12}, \quad (11)$$

$$\varepsilon_{12}(f; H) = \frac{\partial E(f, g, g^+; H)}{\partial f_{21}} = \varepsilon_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2}(f) \delta_{s_1 s_2} + (\xi_\beta(f; H))_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2} (\sigma_\beta)_{s_1 s_2}. \quad (12)$$

В просторово однорідному випадку звідси маємо (див. (4)):

$$\xi_{12} = \xi_{s_1 s_2}(\mathbf{p}_1) \delta_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2} = [\xi_0(\mathbf{p}_1) \delta_{s_1 s_2} + \xi_\beta(\mathbf{p}_1, H) (\sigma_\beta)_{s_1 s_2}] \delta_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2}, \quad (13)$$

$$\xi_0(\mathbf{p}) = \varepsilon(\mathbf{p}) - (\mathbf{v}_n \mathbf{p} + \mu), \quad \xi_\beta(\mathbf{p}, H) = \varepsilon_\beta(\mathbf{p}) - \mu_n H_\beta \equiv -\mu_n (H_{eff}(\mathbf{p}))_\beta. \quad (14)$$

Тут \mathbf{v}_n — швидкість нормальної компоненти надплинної фермі-рідини, μ — хімічний потенціал. В (14) входить енергія квазічастинки $\varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon(p)$ з урахуванням необмінних нормальних амплітуд взаємодії, а також функції $\varepsilon_\beta(\mathbf{p})$, що враховують вплив обмінних амплітуд Ландау [13*] і пов'язані з ефективним магнітним полем $\mathbf{H}_{eff}(\mathbf{p})$ всередині надплинної фермі-рідини (в [14*] функції $\xi_\beta(\mathbf{p}, H)$ не враховувалися).

В (10), (11) входить матриця Δ_{12} (що представляє собою параметр порядку для надплинної фермі-рідини), яка при наявності в фермі-рідині тільки триплетного спарювання має такий вигляд в просторово однорідному випадку:

$$\Delta_{12} = 2 \frac{\partial E_2(g, g^+)}{\partial g_{21}^+} = i \Delta_\alpha(\mathbf{p}_1) (\sigma_\alpha \sigma_2)_{s_1 s_2} \delta_{\mathbf{p}_1, -\mathbf{p}_2}, \quad \Delta_\alpha(-\mathbf{p}) = -\Delta_\alpha(\mathbf{p}). \quad (15)$$

Надалі в розділі 1 при виведенні рівнянь для параметра порядку надплинної фермі-рідини з триплетним спарюванням поблизу T_c в зовнішньому однорідному магнітному полі враховано вплив обмінних амплітуд взаємодії Ландау, які визначають величину ε_β .

В наступному *підрозділі* 1.6 за допомогою теорії збурень (враховуючи малість величин Δ_{12} в надплинній фазі при температурах поблизу T_c) розв'язано рівняння (8) і (10), знайдено вираз для величини g_{12} (в першому наближенні по Δ і при $v_n = 0$), яка залежить також від обмінних амплітуд Ландау і від зовнішнього магнітного поля H . Знаходженню цієї залежності $\xi_\beta(p, H)$ присвячений *підрозділ* 1.7, в якому з урахуванням формул (1)–(4) з (12) (див. також (13) і (14)) отримано нелінійне інтегральне рівняння для ε_β (при $V \rightarrow \infty$). Це рівняння далі спрощено при $v_n = 0$ і для магнітних полів, для яких виконується така нерівність $|\tilde{\xi}(H)|/2T \approx |\xi(H)|/2T_c \ll 1$ (для температур T поблизу T_c системи типу ${}^3\text{He}$ в надплинний стан), аналітично отримано наближений його розв'язок.

В *підрозділі* 1.8, виходячи з (15) і (5), виведено інтегро-диференціальне рівняння для параметра порядку (з малою просторовою неоднорідністю), яке справедливо при температурах близьких до температури T_c фазового переходу з нормального в надплинний стан в загальному випадку триплетного спарювання ферміонів (атомів ${}^3\text{He}$), коли спіни куперівської пари $s = 1$, а орбітальний момент пари l — будь-яке непарне число, а також при обліку обмінних нормальних фермі-рідинних амплітуд Ландау і наявності просторово однорідного помірно сильного магнітного поля H і однорідного потоку зі швидкістю нормальної компоненти v_n (передбачається, що надплинна швидкість $v_s = 0$). Щоб спростити подальший розгляд, в цьому і наступному підрозділі 1.9 зроблено припущення, що $v_n = 0$.

Підрозділ 1.9 присвячено виведенню рівняння Гінзбурга–Ландау для випадку триплетного p -спарювання в магнітному полі, виходячи із загального інтегро-диференціального рівняння (але при $v_n = 0$). Для фермі-рідини з триплетним p -спарюванням введено параметр порядку – комплексну 3×3 матрицю $A_{\alpha j}(\mathbf{R})$ – згідно з формулою

$$\Delta_{\alpha}(\mathbf{R}, \mathbf{k}) = A_{\alpha j}(\mathbf{R})k_j/k, \quad (16)$$

і використовуючи теорію збурень по малому параметру $\xi/2T_c \ll 1$, після розрахунків (при $T_c - T \ll T_c$) отримано [1] наступне рівняння Гінзбурга–Ландау:

$$\begin{aligned} & A_{\beta j} \left\{ \delta_{\alpha\beta} \left[\frac{T_c - T}{T_c} + \frac{1}{2} \left(\frac{T_c - T}{T_c} \right)^2 \right] - \right. \\ & \quad \left. - \frac{\xi_{\alpha}\xi_{\beta}}{\xi^2} \left(\frac{\xi}{2T_c} \right)^2 \frac{7\zeta(3)}{\pi^2} \left[1 + 2\frac{T_c - T}{T_c} - \frac{31\zeta(5)}{7\zeta(3)\pi^2} \left(\frac{\xi}{2T_c} \right)^2 \right] + \right. \\ & \quad \left. + i e_{\alpha\beta\gamma} \frac{\xi_{\gamma}}{2\varepsilon_F} \left[\ln \left(\frac{\varepsilon_F z_{max}}{2T_c e} \left(\frac{4\gamma}{\pi} \right)^2 \right) + 2\frac{T_c - T}{T_c} \right] \right\} + \frac{7\zeta(3)v_F^2}{80\pi^2 T_c^2} \left[\frac{\partial^2 A_{\beta j}}{\partial \mathbf{R}^2} + 2\frac{\partial^2 A_{\beta l}}{\partial R_j \partial R_l} \right] \times \\ & \quad \times \left[\delta_{\alpha\beta} - \frac{\xi_{\alpha}\xi_{\beta}}{\xi^2} \left(\frac{\xi}{2T_c} \right)^2 \frac{186\zeta(5)}{7\zeta(3)\pi^2} + i 2e_{\alpha\beta\gamma} \frac{\xi_{\gamma}}{\varepsilon_F} \right] + [O(A^3)]_{\alpha j} = 0. \quad (17) \end{aligned}$$

Тут $\zeta(x)$ — дзета-функція Рімана; $\gamma \equiv e^C \approx 1.781072418$, $C \approx 0.577215665$ — стала Ейлера; ε_F — енергія Фермі; z_{max} — параметр обрізання меж в інтегралах (введений, щоб уникнути їх нефізичних розбіжностей), $1 \ll z_{max} \ll \varepsilon_F/2T_c$.

З рівняння Гінзбурга–Ландау (17) впливає вираз для $T_B(\xi)$ виду (див. [1]):

$$T_B(\xi) \approx T_c \left\{ 1 - \left(\frac{\xi}{2T_c} \right)^2 \frac{7\zeta(3)}{\pi^2} \left[1 + 0.89 \left(\frac{\xi}{2T_c} \right)^2 \right] \right\}, \quad (18)$$

де враховано, що

$$\frac{21\zeta(3)}{2\pi^2} - \frac{31\zeta(5)}{7\zeta(3)\pi^2} \approx 0.89.$$

Головна квадратична залежність T_B від магнітного поля в (18) якісно узгоджується з поведінкою температури фазового переходу з надплинної фази ${}^3\text{He} - A$ в фазу ${}^3\text{He} - B$. Відзначимо, що врахована в (18) *додаткова нова нелінійна поправка* в магнітному полі мала в межах застосовності теорії збурень, але може досягати декількох відсотків в помірно сильних полях (див. (19) нижче).

В *підрозділі* 1.10 проведено аналіз отриманих в підрозділах 1.8 і 1.9 (див. [1]) рівнянь для параметра порядку надплинної фермі-рідини з триплетним спарюванням поблизу T_c в магнітному полі і встановлено межі застосовності рівняння (17), а саме, повинні виконуватись наступні нерівності

$$1 \gg \left(\frac{\xi}{2T_c}\right)^2 \gg \left(\frac{T_c}{\varepsilon_F}\right)^2 \ln \left[\frac{\varepsilon_F z_{max}}{2T_c} \left(\frac{4\gamma}{\pi}\right)^2 \right]. \quad (19)$$

Для ${}^3\text{He}$ при тиску $P = 0$ цим нерівностям відповідають поля:

$$50 \text{ (Гс)} \ll H \ll 7.83 \cdot 10^3 \text{ (Гс)}.$$

Аналогічно виведенню рівняння Г–Л виду (17) (де $H \neq 0$, $v_n = 0$) в *підрозділах* 1.11 і 1.12 показано [2], що наявність течії надплинної фермі-рідини (при $H = 0$) навіть зі швидкостями v_n , істотно меншими деякого критичного значення (а саме, при $v_n \ll 2T_c/p_F$), призводить до виникнення нових поправочних доданків до коефіцієнтів при градієнтах $A_{\alpha j}(\mathbf{R})$ в рівнянні Г–Л. Ці поправки треба враховувати, бо їх відносна величина може сягати $\sim 10\%$ від значень коефіцієнтів при $v_n = 0$.

В *підрозділі* 1.13 сформульовано висновки з результатів першого розділу.

У **другому розділі** (див. [3-6] і [25-27]) розглядається загальний випадок — вся область температур $0 < T < T_c$, де існує надплинність з триплетним спарюванням, при наявності помірно сильного магнітного поля H . Основна увага зосереджена на теоретичному вивченні надплинних фаз ${}^3\text{He}$ в магнітному полі.

В *підрозділі* 2.1 коротко аналізуються окремі роботи і огляди робіт, що пов'язані з темою цього розділу, а також сформульовано головну мету — виведення на основі узагальненого фермі-рідинного підходу загальних виразів для нормальної і аномальної функцій розподілу квазічастинок надплинної фермі-рідини з триплетним спарюванням в постійному однорідному помірно сильному магнітному полі при скінченних температурах з інтервалу $0 < T < T_c$.

В *підрозділі* 2.2, виходячи з основних рівнянь (8) з урахуванням (4), (6), (7), (9)–(15) (які справедливі в загальному випадку триплетного спарювання ферміонів, коли $s = 1$, l — будь-яке непарне число), отримано загальну структуру для функцій розподілу квазічастинок в надплинній фермі-рідині.

Щоб отримати замкнену систему рівнянь для компонент параметра порядку $\Delta_\alpha(\mathbf{p})$ (див. (15)), енергії $\xi_0(\mathbf{p})$ квазічастинок і ефективного магнітного поля $\mathbf{H}_{eff}(\mathbf{p})$ (див. (12) і (14)) потрібно використовувати конкретну структуру функціоналу енергії $E(f, g, g^+; H)$. Якщо вибрати цей функціонал у вигляді (1) (з

урахуванням також (2), (3) і (5)), то ці рівняння набувають наступного виду:

$$\Delta_\alpha(\mathbf{p}) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}_1} L_t(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) g_\alpha(\mathbf{p}_1), \quad (20)$$

$$\xi_0(\mathbf{p}) = \varepsilon_0(p) - (\mathbf{v}_n \cdot \mathbf{p} + \mu) + \frac{1}{2V} \sum_{\mathbf{p}_1} F_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) f_0(\mathbf{p}_1), \quad (21)$$

$$\xi_\alpha(\mathbf{p}) = -\mu_n H_\alpha + \frac{1}{2V} \sum_{\mathbf{p}_1} F_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) f_\alpha(\mathbf{p}_1). \quad (22)$$

Виходячи із отриманої в підрозділі 2.2 загальної структури формул для аномальних $g_\alpha(\mathbf{p})$ і нормальних $f_0(\mathbf{p})$, $f_\alpha(\mathbf{p})$ функцій розподілу квазічастинок в надплинній фермі-рідині, в підрозділі 2.3 знайдено явний вигляд цих функцій розподілу для деяких окремих випадків триплетного спарювання в магнітному полі. А саме, спочатку розглянуто так звані унітарні фази надплинної фермі-рідини, для яких дорівнює нулю величина $\eta \equiv |[\vec{\Delta} \times \vec{\Delta}^*]| = 0$, а потім неунітарні стани — з триплетним спарюванням в магнітному полі (для цих станів величина $\eta(\mathbf{p}) \equiv |[\vec{\Delta}(\mathbf{p}) \times \vec{\Delta}^*(\mathbf{p})]| \neq 0$). Для простоти обмежилися в цьому підрозділі випадком, коли $\vec{\xi} = \xi \mathbf{1}$ (див. (14)), де введено наступний дійсний одиничний вектор

$$\vec{l}(\mathbf{p}) \equiv \frac{i}{\eta(\mathbf{p})} [\vec{\Delta}(\mathbf{p}) \times \vec{\Delta}^*(\mathbf{p})]. \quad (23)$$

В підрозділі 2.4 в загальному випадку — для довільних за напрямком і величиною помірно сильних магнітних полів (в межах застосовності узагальненої теорії фермі-рідини, при $|\mu_n|H \ll \mu$), а також при $v_n \neq 0$ (але $v_s = 0$) і $0 \leq T \leq T_c$, здобуто вирази для функцій розподілу квазічастинок в надплинній фермі-рідині:

$$g_\alpha(\mathbf{p}) = \left(\frac{i}{2} [\vec{\beta}, \vec{\Delta}]_\alpha + \xi_\alpha (\vec{\xi} \cdot \vec{\Delta}) \right) \frac{2[\Phi_-(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n) - \Phi_+(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)]}{E_+^2(\mathbf{p}) - E_-^2(\mathbf{p})} - \frac{\Delta_\alpha}{2} [\Phi_+(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n) + \Phi_-(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)], \quad (24)$$

$$f_0(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} [1 + \Psi_+(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n) + \Psi_-(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)] + (\vec{\beta} \cdot \vec{\xi}) \frac{[\Phi_-(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n) - \Phi_+(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)]}{E_+^2(\mathbf{p}) - E_-^2(\mathbf{p})} - \frac{z}{2} [\Phi_+(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n) + \Phi_-(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)], \quad (25)$$

$$f_\alpha(\mathbf{p}) = \left(z \frac{\beta_\alpha}{2} + Re \Delta_\alpha (\vec{\xi} \cdot \vec{\Delta}^*) \right) \frac{2[\Phi_-(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n) - \Phi_+(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)]}{E_+^2(\mathbf{p}) - E_-^2(\mathbf{p})} - \frac{\xi_\alpha}{2} [\Phi_+(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n) + \Phi_-(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)] + \beta_\alpha \frac{[\Psi_+(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n) - \Psi_-(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)]}{E_+^2(\mathbf{p}) - E_-^2(\mathbf{p})}. \quad (26)$$

Тут фігурують функції $\Phi_{\pm}(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)$ і $\Psi_{\pm}(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)$, які визначаються формулами:

$$\Phi_{\pm}(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n) = \frac{1}{4E_{\pm}(\mathbf{p})} \left[\tanh\left(\frac{E_{\pm}(\mathbf{p}) + \mathbf{p} \cdot \mathbf{v}_n}{2T}\right) + \tanh\left(\frac{E_{\pm}(\mathbf{p}) - \mathbf{p} \cdot \mathbf{v}_n}{2T}\right) \right],$$

$$\Psi_{\pm}(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n) = \frac{1}{4} \left[\tanh\left(\frac{E_{\pm}(\mathbf{p}) + \mathbf{p} \cdot \mathbf{v}_n}{2T}\right) - \tanh\left(\frac{E_{\pm}(\mathbf{p}) - \mathbf{p} \cdot \mathbf{v}_n}{2T}\right) \right]. \quad (27)$$

Функції $E_{\pm}(\mathbf{p})$ – це енергії квазічастинок (з проєкціями спіна по і проти магнітного поля), які в неунітарних ($\eta \neq 0$) і в унітарних фазах ($\eta = 0$) мають вид

$$E_{\pm}^2(\mathbf{p}) \equiv \alpha(\mathbf{p}) \pm \sqrt{\beta^2(\mathbf{p}) + \gamma^2(\mathbf{p})}, \quad (28)$$

де

$$\alpha(\mathbf{p}) \equiv |\vec{\Delta}(\mathbf{p})|^2 + z^2(\mathbf{p}) + \xi^2(\mathbf{p}), \quad \beta_{\alpha}(\mathbf{p}) \equiv \eta(\mathbf{p})l_{\alpha}(\mathbf{p}) + 2z(\mathbf{p})\xi_{\alpha}(\mathbf{p}),$$

$$\gamma(\mathbf{p}) \equiv 2|\vec{\xi}(\mathbf{p}) \cdot \vec{\Delta}(\mathbf{p})|, \quad z(\mathbf{p}) \equiv \varepsilon(p) - \mu. \quad (29)$$

Підкреслимо, що при виведенні формул (24)-(26) не використовувалась конкретна структура функціоналу енергії $E(f, g, g^+; H)$, але передбачалася наявність у нього певних властивостей інваріантності. Таким чином, отримані вирази (24)-(26) для функцій розподілу з урахуванням визначень (27)–(29) і спільно з системою рівнянь (20)–(22) дозволяють розв'язати загальну задачу при $0 \leq T \leq T_c$ про триплетне спарювання в надплинних фермі-рідинах (коли $s = 1$ і l – будь-яке непарне число) як в унітарних, так і в неунітарних фазах в помірно сильному магнітному полі з урахуванням обмінних нормальних фермі-рідинних взаємодій і тим самим узагальнюють результати роботи [14*], а також результати в [11*, 12*] для триплетного спарювання в надплинних фермі-рідинах.

В *підрозділі 2.5* як приклад застосування викладеної вище загальної теорії розглянуто неунітарні ($\eta \neq 0$) фази типу ${}^3\text{He} - A_2$, ${}^3\text{He} - A_1$ і 2D-фазу ${}^3\text{He}$. Наведемо параметр порядку лише для ${}^3\text{He} - A_2$ [15*], що використовується в розділах 3-5:

$$\Delta_{\alpha}^{(A_2)}(\mathbf{p}) = (\Delta_+ \hat{d}_{\alpha} + i\Delta_- \hat{e}_{\alpha})\psi(\hat{\mathbf{p}}), \quad \psi(\hat{\mathbf{p}}) \equiv (\hat{m}_j + i\hat{n}_j)\hat{p}_j, \quad \hat{\mathbf{p}} \equiv \mathbf{p}/p, \quad (30)$$

$$\Delta_{\pm}(T) \equiv (\Delta_{\uparrow}(T) \pm \Delta_{\downarrow}(T))/2.$$

Тут $\hat{\mathbf{d}}$ і $\hat{\mathbf{e}}$ – дійсні взаємно ортогональні одиничні вектори в спіновому просторі, $\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{e}} = 0$, $\hat{\mathbf{d}}^2 = \hat{\mathbf{e}}^2 = 1$; $\hat{\mathbf{m}}$ і $\hat{\mathbf{n}}$ – дійсні взаємно ортогональні одиничні вектори в орбітальному просторі, $\hat{\mathbf{m}} \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0$, $\hat{\mathbf{m}}^2 = \hat{\mathbf{n}}^2 = 1$ (орбітальна функція $\psi(\hat{\mathbf{p}})$ має однаковий вигляд для ${}^3\text{He} - A_2$, ${}^3\text{He} - A_1$ і ${}^3\text{He} - A$). Функції $\Delta_{\pm}(T)$ мають структуру відповідну випадку спін-триплетного куперівського спарювання атомів ${}^3\text{He}$ в станах тільки з двома значеннями проєкції спіна ($s = 1$) пари на вісь квантування (задається напрямком магнітного поля \mathbf{H}), які дорівнюють $+1$ і -1 . В неунітарній ${}^3\text{He} - A_1$ фазі $\Delta_{\downarrow} = 0$ і $\Delta_{\uparrow} \neq 0$, а в унітарній фазі ${}^3\text{He} - A$, яка існує в граничному випадку нульового магнітного поля, $\Delta_{\uparrow} = \Delta_{\downarrow} \equiv \Delta_0$.

У разі квадратичного $E_{int}(f, g, g^+)$ (див. (3), (5)) для $\Delta_\alpha(\mathbf{p})$ і $\mathbf{H}_{eff}(\mathbf{p})$ справедливі рівняння (20) і (22), які з урахуванням (24)–(26), (30) для розглянутих неунітарних фаз ${}^3\text{He}$ при $\vec{\xi} = \xi\mathbf{1}$, $v_n = 0$, $v_s = 0$ набувають конкретного вигляду, який наведено в підрозділі 2.5. Отримано також єдину формулу для нелінійної магнітної сприйнятливості в помірно сильних полях для надплинних фаз ${}^3\text{He} - A_2$, ${}^3\text{He} - A_1$ і неунітарної 2D-фази ${}^3\text{He}$ (при обліку однієї обмінної амплітуди Ландау).

В *підрозділі* 2.6 отримано більш складну систему рівнянь для компонент параметра порядку і ефективного магнітного поля всередині надплинної фермі-рідини з триплетним спарюванням типу ${}^3\text{He} - A_2$ в помірно сильних магнітних полях довільного напрямку з урахуванням двох обмінних фермі-рідинних амплітуд Ландау. Цю систему нелінійних рівнянь справедливо при температурах з інтервалу $0 \leq T \leq T_c$ можна розв'язувати наближено з використанням чисельних методів.

В останніх двох *підрозділах* 2.7 і 2.8 проведено короткий аналіз результатів отриманих в другому розділі і сформульовано відповідні висновки.

Третій розділ (див. [7-12] і [28-37]) присвячено дослідженню рівноважних властивостей щільної надплинної нейтронної рідини з анізотропним спіно-триплетним спарюванням нейтронів при наявності помірно сильного магнітного поля.

В *підрозділі* 3.1 наведено короткий огляд літератури і стислі дані про дослідження багатьох інших авторів в галузі фізики нейтронних зірок, що складаються переважно з нейтронів, відомості про внутрішню структуру нейтронних зірок.

В *підрозділі* 3.2 в узагальненому фермі-рідинному підході виведено рівняння для параметра порядку і ефективного магнітного поля в надплинній нейтронній матерії (яка вважається просторово однорідною) з анізотропним триплетним спарюванням типу ${}^3\text{He} - A_2$ (див. (30)) в помірно сильних просторово однорідних магнітних полях і з традиційними силами Скірма (що залежать від густини n числа нейтронів) в якості взаємодії між нейтронами. Оператор цієї нейтрон-нейтронної взаємодії $\hat{V}(\mathbf{p}, \mathbf{q})$, як функція від імпульсних змінних \mathbf{p} і \mathbf{q} , має вид:

$$\begin{aligned} \hat{V}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = & t_0 \cdot (1 + x_0 P_\sigma) + \frac{t_3}{6} \cdot (1 + x_3 P_\sigma) n^\alpha + \\ & + \frac{t_1}{2\hbar^2} \cdot (1 + x_1 P_\sigma) (\mathbf{p}^2 + \mathbf{q}^2) + \frac{t_2}{\hbar^2} \cdot (1 + x_2 P_\sigma) (\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}), \end{aligned} \quad (31)$$

де $P_\sigma = \frac{1}{2}(1 + \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)$ – спіновий обмінний оператор двох нейтронів, $\vec{\sigma}_1$ і $\vec{\sigma}_2$ – вектори спінових матриць Паулі; $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3$ і α – параметри ефективної взаємодії Скірма. Важливо відзначити, що параметри сил Скірма тісно зв'язані з фермі-рідинними амплітудами Ландау для нейтронної матерії і можуть бути явним чином виражені один через одного, але в подальшому не будуть використовуватися ці явні формули, тому обмежимося тут лише цим зауваженням.

В другому розділі було виведено систему рівнянь (20)–(22) для компонент параметра порядку і ефективного магнітного поля в загальному випадку для надплинної фермі-рідини з триплетним спарюванням (коли $s = 1$ і l –будь-яке

непарне число) в магнітному полі і при $v_n \neq 0$, а також отримано вирази (24)–(26) для аномальних і нормальних функцій розподілу квазічастинок в надплинній фермі-рідині. Тепер для надплинної нейтронної матерії з параметром порядку (30), взаємодією Скірма (31) і, враховуючи співвідношення (14) виду: $\vec{\xi}(\mathbf{p}) = \xi(p)\mathbf{H}/H \equiv -\mu_n\mathbf{H}_{eff}(p)$ (де $\mu_n \approx -0.60308 \cdot 10^{-17}$ МеВ/Гс – магнітний момент нейтрона), в підрозділі 3.2 отримано нелінійні інтегральні рівняння для $\xi(p)$ і для компонент параметра порядку типу (30) для надплинної нейтронної матерії в магнітному полі (але при $v_n = v_s = 0$). А саме, для $\xi(p)$ здобуто рівняння:

$$\xi(p) = -\mu_n H + (r + sp^2)K_2(\xi) + sK_4(\xi). \quad (32)$$

Тут $r = t'_0 + (t'_3/6)n^\alpha$ і $s = (t'_1 - t'_2)/4\hbar^2$, $n \equiv yn_0$ – густина нейтронної матерії; $t'_0 = t_0 \cdot (1 - x_0)$, $t'_1 = t_1 \cdot (1 - x_1)$, $t'_2 = t_2 \cdot (1 + x_2)$, $t'_3 = t_3 \cdot (1 - x_3)$ і $1/6 \leq \alpha \leq 1/3$ – параметри взаємодії Скірма. Функціонали $K_\beta(\xi)$ ($\beta = 2, 4$) в (32) мають вид:

$$K_\beta(\xi) = \frac{1}{8\pi^2\hbar^3} \int_{p_{min}}^{p_{max}} dq q^\beta \int_0^1 dx \kappa(q, x), \quad (33)$$

$$\kappa(q, x) = \frac{z(q) + \xi(q)}{E_+(q, x^2)} \tanh\left(\frac{E_+(q, x^2)}{2T}\right) - \frac{z(q) - \xi(q)}{E_-(q, x^2)} \tanh\left(\frac{E_-(q, x^2)}{2T}\right), \quad (34)$$

$$E_\pm^2 = q^2 \Delta_{\uparrow(\downarrow)}^2 \cdot (1 - x^2) + (z(q) \pm \xi(q))^2, \quad (35)$$

$z(q) = q^2/2m_n^* - \mu$ (m_n^* – ефективна маса нейтрона, μ – хімпотенціал). Ми врахували, що для надплинної нейтронної матерії зі спарюванням типу ${}^3\text{He} - \text{A}_2$ параметр порядку можна представити у вигляді $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}^{(\text{A}_2)}(T, \xi, q) = q\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T, \xi)$, де функції $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T, \xi)$ задовольняють наступним нелінійним інтегральним рівнянням:

$$\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T, \xi) = -\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T, \xi) \frac{c_3}{8\pi^2\hbar^3} \int_{p_{min}}^{p_{max}} dq q^4 \int_0^1 dx (1 - x^2) \frac{\tanh(E_\pm(q, x^2)/2T)}{E_\pm(q, x^2)}, \quad (36)$$

($p_{max} \gtrsim p_F$, $(p_{max} - p_{min})/p_F < 1$, де p_F – імпульс Фермі). Тут $c_3 \equiv \frac{t_2 \cdot (1 + x_2)}{\hbar^2} < 0$ – константа взаємодії (що призводить до спін-триплетного p -спарювання нейтронів), яка виражається через параметри t_2 і x_2 взаємодії Скірма. Тут розглядаємо традиційну модель куперівського спарювання нейтронів в шарі симетричному щодо поверхні Фермі, тобто $p_{max} - p_F = p_F - p_{min}$. Інша модель з куперівським спарюванням нейтронів в шарі асиметричному щодо поверхні Фермі призводить до якісно аналогічних результатів, але лише з деякими кількісними відмінностями.

Система інтегральних рівнянь (32) і (36) для ефективного магнітного поля і параметра порядку дає можливість описувати термодинаміку надплинних неунітарних фаз типу ${}^3\text{He} - \text{A}_{1,2}$ в надплинній нейтронній матерії зі спін-триплетним p -спарюванням нейтронів в постійному однорідному сильному магнітному полі при довільних температурах з інтервалу $0 \leq T \leq T_c(H)$. У загальному випадку ці нелінійні рівняння неможливо розв'язати аналітично і тому необхідно використовувати чисельні методи для їх розв'язання. Але можна розв'язати рівняння (32) і

(36), використовуючи аналітичні методи, в граничних випадках: 1) коли температура ($T \lesssim T_{c0}$) близька до температури фазового переходу T_{c0} нейтронної матерії в надплинний стан (це є темою *підрозділу* 3.3) і 2) при $T \rightarrow 0$ (див *підрозділ* 3.4).

В *підрозділі* 3.3 систему рівнянь (32) і (36) для ефективного магнітного поля і компонент параметра порядку розв'язано аналітичними методами і в результаті здобуто (виведення формули в *Додатку А*) наближені вирази для зведених до безрозмірного вигляду температур фазових переходів $t_{c1,2} \equiv T_{c1,2}/\varepsilon_F$ ($\varepsilon_F = p_F^2/2m_n^*$ – енергія Фермі нейтронів) нейтронної матерії в надплинні стани типу ${}^3\text{He} - A_{1,2}$ з триплетним p -спарюванням в сильному магнітному полі (з проєкціями спіна куперівських пар нейтронів по і проти напрямку магнітного поля):

$$t_{c1,2} \approx t_{c0} \cdot \left[1 \mp \frac{\hbar}{I_0} (AI_A + BI_B) \right]. \quad (37)$$

Для застосовності теорії фермі-рідини необхідно, щоб для зведених функцій t_{c0} і h виконувалися нерівності наступного виду:

$$t_{c0}(y) \equiv \frac{T_{c0}(y)}{\varepsilon_F(y)} \ll 1, \quad h(y) \equiv \frac{|\mu_n| H}{\varepsilon_F(y)} \ll 1, \quad (38)$$

(де $y \equiv n/n_0$ – зведена густина нейтронної матерії, $n_0 = 0.17 \text{ ФМ}^{-3}$ – густина симетричної ядерної матерії).

З отриманої формули (37) випливає, що різниця температур $t_{c1} - t_{c2}$ фазових переходів є функцією, яка лінійно залежить від магнітного поля і нелінійно від густини (явний вигляд функцій A і B , нелінійно залежних від густини, наведено в *Додатку А.1* дисертації, а вид інтегралів I_0 , I_A , I_B – в *підрозділі* 3.3).

Формули (32)–(38) містять ефективну масу нейтрона m_n^* і енергію Фермі, які залежать від густини нейтронної матерії $n \equiv yn_0$ відповідно до загальних формул:

$$\frac{m}{m_n^*(y)} = 1 + \frac{myn_0}{4\hbar^2} [t_1(1 - x_1) + 3t_2(1 + x_2)] \equiv 1 + y \cdot \beta_{Skyrme}, \quad (39)$$

$$\varepsilon_{F,Skyrme}(y) = (3\pi^2 yn_0)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m_n^*} \approx y^{2/3} (1 + y \cdot \beta_{Skyrme}) 60.902 \text{ (MeV)}, \quad (40)$$

де $m \equiv (m_p + m_n)/2 \approx 938.919 \text{ MeV}/c^2$ – середнє значення маси вільного нуклона і t_1 , t_2 , x_1 , x_2 – параметри Скірма. Тут β_{Skyrme} – безрозмірна стала величина, що має певне значення для кожної конкретної параметризації сил Скірма. Наприклад, для так званих SLy2, Gs і RATP традиційних параметризацій сил Скірма (які використовуються в наступних *підрозділах*) β_{Skyrme} набуває таких значень: $\beta_{SLy2} \approx 0.659$, $\beta_{Gs} \approx 0.081$, $\beta_{RATP} \approx 0.235$.

В *підрозділі* 3.4 наведено здобуті формули і відповідні графіки для температур фазових переходів густої нейтронної матерії в надплинні стани з анізотропним триплетним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A$, як за відсутності, так і при наявності помірно сильних магнітних полів. При цьому було обрано конкретні параметризації SLy2, Gs і RATP традиційних сил Скірма (31), які мають тільки по одному

доданку, що залежить від густини n числа нейтронів. Встановлено, що ці функції $T_{c0,Skyme}(n)$ (при $H = 0$) є монотонно зростаючими з ростом густини. А при наявності магнітного поля різниця температур $T_{c,1}(n, H) - T_{c,2}(n, H)$ фазових переходів (див. (37)) густої нейтронної матерії в надплинні стани з анізотропним триплетним p -спарюванням (спочатку з нормального стану в стан типу ${}^3\text{He} - A_1$, а потім — в стан типу ${}^3\text{He} - A_2$), нелінійно зростаючи із зростанням густини n , стає розбіжною при наближенні густини до деякого граничного критичного значення $n_c(Skyme)$ (яке, як правило, перевищує ядерну густину n_0 і є різним для різних традиційних параметризацій сил Скірма в нейтронній матерії).

В *підрозділі 3.5*, використовуючи теорію збурень за малим параметром $h_{ext} \equiv |\mu_n|H/\varepsilon_F \ll 1$, з інтегральних рівнянь (32) і (36) в граничному випадку при $T = 0$ і $H \neq 0$ отримано загальну формулу для ефективного магнітного поля всередині надплинної нейтронної матерії (з анізотропним триплетним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A_2$), яка в першому порядку теорії збурень за малим параметром h_{ext} має наступний вигляд (докладний вивід формули наведено в *Додатку А.2* дисертації):

$$\frac{H_{eff,Skyme}(p_F, H)}{H} = \frac{\chi_{Skyme}(n)}{\chi_{free}} = \frac{1}{1 - (r + 2sp_F^2)\nu_F/2} \quad (41)$$

Формула (41) визначає величину перенормованого магнітного поля всередині нейтронної матерії з триплетним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A_{1,2}$. Для r і s явні вирази через параметри Скірма див. після рівняння (32); $\nu_F(n) = m_n^*(n) \cdot p_F(n)/\pi^2\hbar^3$ — це щільність станів на поверхні Фермі нейтронної матерії з густиною n . В (41) входить відношення парамагнітної сприйнятливості $\chi_{Skyme}(n)$ для надплинної НМ з взаємодією Скірма і сприйнятливості Паулі газу вільних нейтронів χ_{free} .

Підкреслимо, що як формула (41) для $H_{eff,Skyme}$ (при $T = 0$), так і формула (37) для $t_{c1,2}$ є загальними для будь-яких параметризацій ефективної взаємодії Скірма допустимих в надплинній нейтронній матерії.

В *підрозділі 3.5* також показано, що і парамагнітна сприйнятливість надплинної нейтронної матерії $\chi_{Skyme}(n)$ прямує до нескінченності при тому ж значенні густини $n_c(Skyme)$, при якому стає розбіжною різниця температур $t_{c1} - t_{c2}$, як функція густини. Це є фазовим переходом надплинної нейтронної матерії в ферромагнітний стан, що співіснуює з анізотропною триплетною надплинністю нейтронної матерії з традиційними силами Скірма.

В *підрозділі 3.6* проаналізовано результати отримані в третьому розділі і наведено оцінку зверху для допустимої величини «помірно» сильних магнітних полів, для яких справедливі отримані в розділі 3 загальні результати (37) і (41). А саме, використовуючи (40), отримано для довільної параметризації сил Скірма, що:

$$H \ll H_{max} = \frac{\varepsilon_{F,Skyme}(n)}{|\mu_n|} \approx 1.0098 \cdot 10^{19} \cdot y^{2/3} \cdot (1 + y \cdot \beta_{Skyme})(\text{Гс}). \quad (42)$$

Такі сильні магнітні поля (які можуть досягати значень $H_{max} \gtrsim 10^{18}$ Гс, див. також [8*]) виникають і тривалий час існують в ядрах *магнетарів* (сильно намагнічених нейтронних зірок, див., наприклад, [5*-7*]).

В пункті 3.6.1 сформульовано висновки з третього розділу.

В **четвертому розділі** (див. [16,18] і [47,49]) досліджено аналітичними методами рівноважні властивості надплинних фермі-рідин з анізотропним спін-триплетним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A$ електронейтральних ферміонів (нейтронів або атомів ${}^3\text{He}$) за відсутності магнітного поля при температурах як поблизу від $T = 0$, так і в околі температури фазового переходу $T_{c0}(n)$ з нормальної в надплинну фазу (індекс 0 означає, що $H = 0$). Основну увагу приділено вивченню рівноважних властивостей густої надплинної нейтронної матерії з *узагальненою взаємодією Скірма*, що містить три доданки залежні від густини (на відміну від єдиного члена залежного від густини в традиційних силах Скірма виду (31)). Використання саме узагальнених параметризацій сил Скірма дозволяє більш коректно описувати властивості надплинної нейтронної матерії при ядерних і над'ядерних значеннях густини ($n > n_0$).

В *підрозділі 4.1* наведено загальне рівняння для параметра порядку надплинної нейтронної матерії з узагальненими силами Скірма і анізотропним триплетним спарюванням нейтронів за відсутності магнітного поля. При $H = 0$ ефективне магнітне поле в надплинній НМ (без феромагнітного упорядкування) також дорівнює нулю, $\xi = 0$ (див. позначення в розділі 3). В цьому випадку компоненти параметра порядку $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T, \xi = 0)$ для надплинної нейтронної матерії з триплетним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A$ рівні між собою: $\Delta_{\uparrow}(T, \xi = 0) = \Delta_{\downarrow}(T, \xi = 0) = \Delta(T)$. Для стислості запису тут і нижче не виписується густина n явно в якості другого аргументу функції $\Delta(T)$. Тепер (при $H = 0$) система двох рівнянь (36) для компонент параметра порядку зводиться до одного рівняння щодо $\Delta(T)$:

$$\Delta(T) = -\Delta(T) \frac{c_3}{8\pi^2 \hbar^3} \cdot J(T). \quad (43)$$

Тут $c_3(n) \equiv t'_2(n)/\hbar^2 < 0$ — «константа» взаємодії, що призводить до спін-триплетного p -спарювання нейтронів, яка виражається через *узагальнені параметри* взаємодії Скірма, що залежать від густини n наступним чином:

$$t'_2(n) = t_2 \cdot (1 + x_2) + t_5 \cdot (1 + x_5) \cdot n^\gamma \quad (44)$$

(пор. з формулою $t'_2 = t_2 \cdot (1 + x_2)$ для традиційних сил Скірма — див. після (32), а також в [16*,17*] є детальне обговорення введених там узагальнених сил Скірма). Підкреслимо, що в узагальненій формулі (44) фігурують 3 додаткових параметри t_5 , x_5 і γ , які призводять до залежності «константи» взаємодії $c_3(n)$ від густини n на відміну від дійсно постійної величини $c_3 \equiv t'_2/\hbar^2 < 0$ в загальних рівняннях (36) (справедливих для довільних параметризацій сил Скірма в надплинній нейтронній матерії), записаних для традиційних параметризацій взаємодії Скірма.

Подвійний інтеграл $J(T)$ в (43) визначається формулою виду:

$$J(T) = \int_{p_{\min}}^{p_{\max}} dq q^4 \int_0^1 dx (1 - x^2) \frac{\tanh(E(q, x^2; T)/2T)}{E(q, x^2; T)}. \quad (45)$$

Тут $p_{\max} = p_F \sqrt{1+a}$, $p_{\min} = p_F \sqrt{1-a}$ з параметром обрізання $0 < a < 1$, де $a(n) = E_c/\varepsilon_F(n)$; E_c – енергія обрізання, $\varepsilon_F(n) = p_F^2/2m_n^*$ і $p_F(n)$ – енергія і імпульс Фермі; m_n^* – ефективна маса нейтрона, залежна від густини n нейтронної матерії (НМ), від узагальнених параметрів Скірма $t'_1(n)$ виду

$$t'_1(n) = t_1 \cdot (1 - x_1) + t_4 \cdot (1 - x_4) \cdot n^\beta, \quad (46)$$

(тут, як і в (44), є ще 3 додаткових параметри t_4 , x_4 і β , завдяки яким привносяться додаткова залежність від густини n) і від параметрів $t'_2(n)$ згідно загальної формулі

$$\frac{m}{m_n^*} = 1 + \frac{myn_0}{4\hbar^2} [t'_1(n) + 3t'_2(n)], \quad (47)$$

де, як і в (39), m – середня величина маси вільних нуклонів. Узагальнені параметри $t'_1(n)$ і $t'_2(n)$ виду (46) і (44) є функціями, які приймають явну залежність від n з конкретними числовими значеннями коефіцієнтів для кожної конкретної узагальненої параметризації Скірма.

Функція $E(q, x^2; T)$ в (45) є енергією квазічастинок (нейтронів) в надплинній нейтронній матерії з анізотропним триплетним спарюванням типу ${}^3\text{He} - A$ і має вигляд:

$$E(q, x^2; T) = \sqrt{G_F^2(T, n; a) \cdot (1 - x^2) + z^2(q)}, \quad (48)$$

де $z(q, T) = q^2/2m_n^* - \mu(T) \approx \varepsilon(q) - \varepsilon_F(n) = z(q)$ ($\mu(T)$ – хімпотенціал наближено замінюємо енергією Фермі при низьких температурах, $0 < T < T_{c0}(n) \ll \varepsilon_F(n)$). Зауважимо, що введена функція $G_F(T, n; a) \equiv p_F(n)\Delta(T, n)$ є максимальною величиною щілини в анізотропному енергетичному спектрі (48) нейтронів в надплинній нейтронній матерії.

У наступних *підрозділах* 4.2 і 4.3 розв'язано основне нелінійне інтегральне рівняння (43) для визначення зведеної енергетичної щілини $g(T, n) \equiv G_F(T, n)/\varepsilon_F(n)$ аналітичними методами в двох граничних випадках: поблизу $T = 0$ і в околі температури фазового переходу T_{c0} в надплинний стан (типу ${}^3\text{He} - A$) без конкретизації параметризації узагальнених сил Скірма. Потім в *підрозділі* 4.4 для обраних конкретних узагальнених параметризацій BSk21 і BSk24 сил Скірма побудовано графіки отриманих розв'язків, як функцій монотонно (степеневим чином) залежних від температури і немонотонних функцій (з «дзвоноподібним» профілем залежності) від густини надплинної нейтронної матерії [16].

В підрозділі 4.3 також отримано в граничному випадку $T = 0$, що

$$\frac{G_F(0, n; a)}{T_{c0}(n; a)} = \frac{\pi}{2} \exp\left(\frac{5}{6} - C\right) = 2.0293\dots, \quad (49)$$

(тут $C = 0.57721566\dots$ – стала Ейлера). Це відношення є «універсальним», бо не залежить ні від параметра обрізання $a < 1$, ні від природи взаємодії в надплинній фермі-рідині з анізотропним триплетним p -спарюванням (зокрема, (49) справедливо для довільної параметризації сил Скірма в надплинній НМ) і воно

в точності збігається з аналогічним відношенням для надплинної фази ${}^3\text{He} - A$ рідкого гелію 3 [15*]. Відношення (49) залежить тільки від симетрії параметра порядку надплинної системи.

В *підрозділі* 4.5 знайдено загальний аналітичний вираз для питомої теплоємності $C(T, n)$ надплинної фермі-рідини (або надплинної нейтронної матерії) з триплетним анізотропним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A$ за відсутності магнітного поля [18]. У загальній формулі для $C(T, n)$ величина температури T не конкретизована і тому в наступних *підрозділах* 4.6 і 4.7 розглянуто окремо два випадки, а саме: 1) низькі температури, коли $0 < T \ll T_{c0}(n)$; і 2) температури близькі до $T_{c0}(n)$, тобто при $|T - T_{c0}(n)| \ll T_{c0}(n)$, $T < T_{c0}(n)$.

В *підрозділі* 4.6, виходячи із загальної формули, знайдено вираз для питомої теплоємності $C(T, n)$ для надплинної нейтронної матерії (або надплинної фермі-рідини) справедливий в області низьких температур. В цьому випадку з урахуванням отриманої в підрозділі 4.2 явної залежності амплітуди щілини $G_F(T, n; a)$ для надплинної нейтронної матерії при $0 < T \ll T_{c0}(n)$ в результаті аналітичних розрахунків отримано наступний наближений асимптотичний вираз для питомої теплоємності надплинної нейтронної матерії (і аналогічний вираз для надплинної фермі-рідини) з анізотропним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A$ при $0 < T \ll T_{c0}(n)$:

$$C_{SNM(SFL)}(T, n) \approx C_N(T, n) \cdot \frac{7\pi^2}{5} \cdot \left(\frac{T}{G_F(0)} \right)^2 \cdot \left[1 + \frac{155 \cdot \pi^2}{147} \cdot \left(\frac{T}{G_F(0)} \right)^2 \right]. \quad (50)$$

Тут $C_N(T, n)$ – питома (од. об'єму) теплоємність нормальної (ненадплинної) фермі-рідини, яка має, як добре відомо, такий вигляд

$$C_N(T, n) = \frac{m^*(n) \cdot p_F(n)}{3\hbar^3} \cdot T = \frac{\pi^2 \cdot \nu_F(n)}{3} \cdot T,$$

де $\nu_F(n)$ – це щільність станів на поверхні Фермі (див. після (41)). Зазвичай для $C(T)$ в ${}^3\text{He} - A$ використовується вираз виду [15*]:

$$C_{{}^3\text{He}-A}(T) = C_N(T) \cdot \frac{7\pi^2}{5} \cdot \left(\frac{T}{\Delta_0} \right)^2 \quad (51)$$

На відміну від (51) в отриманій в дисертації уточненій формулі (50) міститься мала додаткова поправка, яка при $t \equiv T/T_{c0}(n) \ll 1$ має вигляд (враховуємо (49)):

$$\frac{155 \cdot \pi^2}{147} \cdot \frac{t^2}{(2.0293\dots)^2} \ll 1,$$

і в області її застосування (при $0 < t \ll 1$) може вносити додатковий внесок в питому теплоємність надплинної фермі-рідини типу ${}^3\text{He} - A$, що досягає декількох % в порівнянні з традиційною формулою (51), яка фактично справедлива лише при $T \rightarrow 0$. В підрозділі 4.6 побудовано тривимірний графік для питомої теплоємності

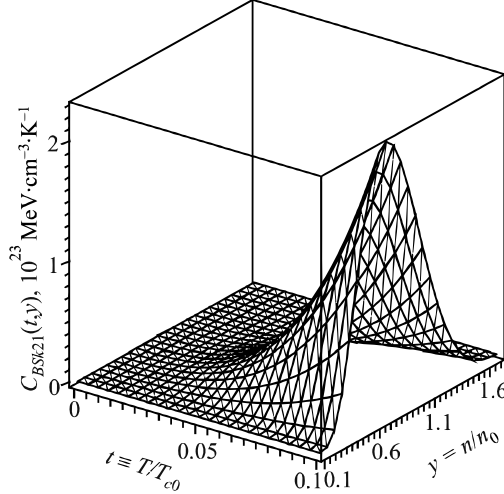


Рис. 1: Функція $C_{BSk21}(t, y)$ (див. (50)) для ННМ з BSk21 силами Скірма.

надплинної нейтронної матерії виду (50) ($0 < t \ll 1$), як функції від безрозмірних змінних: зведених температури t і густини $y \equiv n/n_0$ (де $n_0 = 0.17 \text{ ФМ}^{-3}$ – ядерна густина), і для визначеності обрано узагальнену BSk21 параметризацію [17*] сил Скірма в надплинній нейтронній матерії (див. Рис. 1).

В *підрозділі* 4.7 для температур T близьких до $T_{c0}(n)$ (коли $|T - T_{c0}| \ll T_{c0}$ за відсутності магнітного поля, $H = 0$) для надплинної нейтронної матерії (або надплинної фермі-рідини) з анізотропним триплетним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A$ виведено аналітичну формулу для питомої теплоємності $C_{SNM(SFL)}(t, n)$ і побудовано тривимірний графік функції $C_{BSk21}(t, y)$ (при $t \lesssim 1$) для надплинної нейтронної матерії з узагальненою BSk21 параметризацією сил Скірма. Знайдено також «універсальне» відношення питомої теплоємності фермі-рідини з триплетним спарюванням типу ${}^3\text{He} - A$ і $C_N(T, n)$ (відомий стрибок теплоємності при фазовому переході 2-го роду з нормального у надплинний стан), яке не залежить від взаємодії між ферміонами, а лише від симетрії параметра порядку в надплинному стані і має наступний вигляд (що співпадає з [15*] для ${}^3\text{He} - A$):

$$\lim_{T \rightarrow T_{c0}(n)} \frac{C_{SNM(SFL)}(T, n)}{C_N(T, n)} = 1 + \frac{10}{7\zeta(3)} \approx 2.1884391.$$

В *підрозділі* 4.8 проаналізовано результати отримані в розділі 4 і в *пункті* 4.8.1 сформульовано висновки з цих результатів.

В **п'ятому розділі** (див. [13-15,17,20] і [38-46,48]) в узагальненому фермі-рідинному підході досліджено аналітичними і чисельними методами рівноважні властивості просторово однорідної надплинної нейтронної матерії з анізотропним триплетним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A$ в сильному магнітному полі при температурах, як в околі температури фазового переходу $T_{c0}(n)$ з нормальної в надплинну фазу, так і поблизу від $T = 0$. В якості взаємодії між нейтронами в нейтронній матерії використовувалися (як і в розділі 4) *узагальнені сили Скірма*.

Підрозділ 5.1 – це вступ до теми розділу з коротким оглядом літератури.

В *підрозділі 5.2* наведено нелінійні інтегральні рівняння для ефективного магнітного поля і для компонент параметра порядку в надплинній нейтронній матерії з анізотропним триплетним спарюванням (подібним спарюванню в надплинних фазах ${}^3\text{He} - A_{1,2}$) для випадку узагальнених сил Скірма в нейтронній матерії. Вигляд цих рівнянь зовні співпадає з рівняннями (32) і (36) відповідно, але принципово важливою є різниця в структурі коефіцієнтів, що входять в ці рівняння. А саме, коефіцієнт r в разі узагальнених параметрів Скірма не змінився порівняно з його видом для традиційних параметризацій Скірма (так як виражається тільки через такі ж параметри $t'_0 = t_0 \cdot (1 - x_0)$, $t'_3 = t_3 \cdot (1 - x_3)$ і $1/12 \leq \alpha \leq 1/3$) :

$$r = t'_0 + \frac{t'_3}{6} \cdot n^\alpha. \quad (52)$$

Але коефіцієнт s , будучи подібним по формі з випадком традиційних сил Скірма (див. після (32)), для узагальнених сил Скірма набув якісно нову відмітну властивість — він став залежати від густини $n \equiv yn_0$ нейтронної матерії:

$$s = \frac{t'_1(n) - t'_2(n)}{4\hbar^2}, \quad (53)$$

де $t'_1(n)$ і $t'_2(n)$ визначаються узагальненими формулами (46) і (44). Функціонали $K_\sigma(\xi)$ ($\sigma = 2, 4$) в узагальненому рівнянні для ефективного магнітного поля (32), а також формули (34) і (35) не змінюються — тому тут повторно їх не виписуємо. Однак, в ці формули входить ефективна маса нейтрона $m_n^*(n)$, яка тепер для узагальнених параметризацій сил Скірма залежить від густини у відповідності з формулою (47) (замість формули (39) для традиційних сил Скірма в розділі 3).

Важливо відзначити, що в узагальнених рівняннях (36) «константа» взаємодії $c_3(n) \equiv t'_2(n)/\hbar^2 < 0$, що приводить до спін-триплетного p -спарювання нейтронів, виражається через узагальнені параметри Скірма (44), що залежать від густини n . На відміну від цього, в рівняння (36) для традиційних сил Скірма входить загальний множник $c_3 \equiv t_2 \cdot (1 + x_2)/\hbar^2 < 0$, який від густини не залежить.

Ця система нелінійних інтегральних рівнянь (32) і (36) для ефективного магнітного поля і компонент параметра порядку дає можливість описувати термодинаміку надплинних фаз типу ${}^3\text{He} - A_{1,2}$ густої нейтронної матерії з узагальненими силами Скірма і з триплетним p -спарюванням нейтронів в постійному просторово однорідному «помірно» сильному магнітному полі (що задовольняє нерівностям (42)) при довільних температурах з інтервалу $0 \leq T \leq T_c(H)$. У загальному випадку ці нелінійні рівняння не можуть бути розв'язані аналітично і тому необхідно використовувати чисельні методи для їх розв'язування. Але можна розв'язати рівняння (32) і (36), використовуючи аналітичні методи, в граничних випадках: 1) коли температура ($T \lesssim T_{c0}(n)$) поблизу температури фазового переходу $T_{c0}(n)$ нейтронної матерії в надплинний стан і 2) при нульовій температурі. Вивченню цих граничних випадків присвячені *наступні підрозділи*.

В *підрозділі 5.3* наведено явні вирази для ефективної маси нейтрона (47) і енергії Фермі в нейтронній матерії з різними узагальненими BSk параметриза-

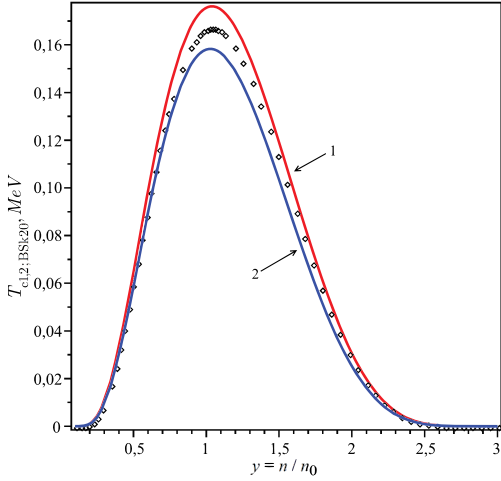


Рис. 2: Температури фазових переходів (див. (37),(38)) в сильному магнітному полі $H = 2 \cdot 10^{17} \text{Гс}$ в НМ з BSk20 силами Скірма (з енергією обрізання $E_c = 10 \text{MeV}$): $T_{c1;BSk20}(10; H, y)$ – крива 1; $T_{c2;BSk20}(10; H, y)$ – крива 2; $T_{c0;BSk20}(10; y)$ -крива з точок ($H = 0$).

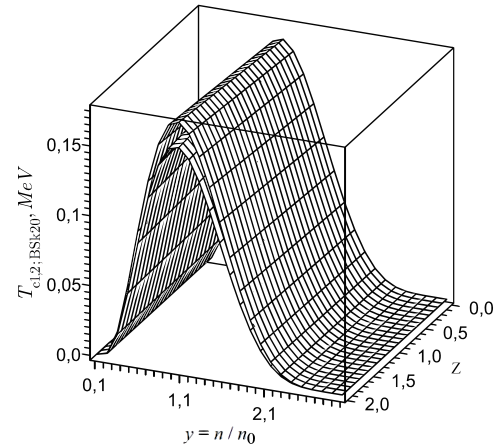


Рис. 3: Температури фазових переходів (див. (37),(38)) в магнітному полі: $T_{c1;BSk20}(10; Z, y) > T_{c2;BSk20}(10; Z, y)$ (для нейтронної матерії з узагальненою параметризацією BSk20 сил Скірма при $E_c = 10 \text{MeV}$ і $H \equiv Z \cdot 10^{17} \text{Гс}$).

ціями сил Скірма, а також відповідні формули отримані для температури фазового переходу $T_{c0,BSk}(n)$ нейтронної матерії в надплинний стан з триплетним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A$ при $H = 0$. З урахуванням цих формул на основі загальної формули (37) побудовано графіки для температур $T_{c1,2;BSk}(E_c; H, y)$ фазових переходів нейтронної матерії (з BSk18 і BSk20 силами Скірма) в «помірно» сильному магнітному полі H (див. (42)) в надплинний стан типу ${}^3\text{He} - A_1$ і потім в надплинний стан ${}^3\text{He} - A_2$ відповідно. Для узагальненої параметризації BSk20 для функцій $T_{c1,2;BSk20}(E_c; H, y)$ з енергією обрізання $E_c = 10 \text{MeV}$ (див. після (45)) і при $0 \leq H \leq 2 \cdot 10^{17} \text{Гс}$ побудовано Рис. 2 і Рис. 3 (де введено змінну Z , визначену згідно з формулою: $H \equiv Z \cdot 10^{17} \text{Гс}$, так що $|\mu_n| \cdot H \approx Z \cdot 0.60308 \text{ (MeV)} \ll E_c$, де враховано, що $\mu_n \approx -0.60308 \cdot 10^{-17} \text{MeV/Гс}$ – магнітний момент нейтрона).

В *підрозділі* 5.4 загальний розв'язок (41) рівнянь (32) і (36) для ефективного магнітного поля в надплинній нейтронній матерії з триплетним спарюванням в граничному випадку $T = 0$ конкретизовано як для деяких традиційних, так і для узагальнених BSk сил Скірма. Побудовано відповідні графіки (Рис. 4 і Рис. 5).

На Рис. 4 точки перетину ліній графіків (див. (41)) з віссю абсцис відповідають критичним значенням густини $n_c(SLy2) \approx 1.72 n_0$, $n_c(Gs) \approx 1.33 n_0$, $n_c(RATP) \approx 1.03 n_0$, при яких відбуваються фазові переходи з надплинного парамагнітного стану нейтронної матерії з традиційними силами Скірма і з триплетним p -спарюванням нейтронів в феромагнітний стан, який співіснує з триплетною надплинністю при значеннях густини, що перевищують відповідні $n_c(\text{Skyrme})$. Такі фазові переходи можуть виникати в рідкому зовнішньому шарі ядер нейтронних зірок. На відміну від цього, в надплинній нейтронній матерії з узагаль-

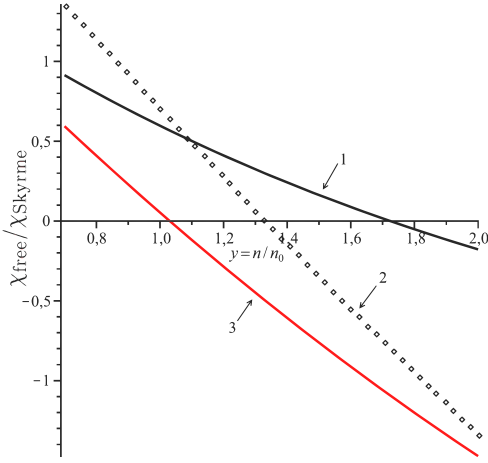


Рис. 4: Обернені відношення (пор. з (41)) $\chi_{free}/\chi_{Skyrme}(y)$ для ННМ з традиційними параметризаціями сил Скірма (SLy2—лінія 1, Gs—лінія 2 з «точок» і RATP—лінія 3) і триплетним p -спарюванням нейтронів типу ${}^3\text{He} - A$, як функції зведеної густини $y = n/n_0$.

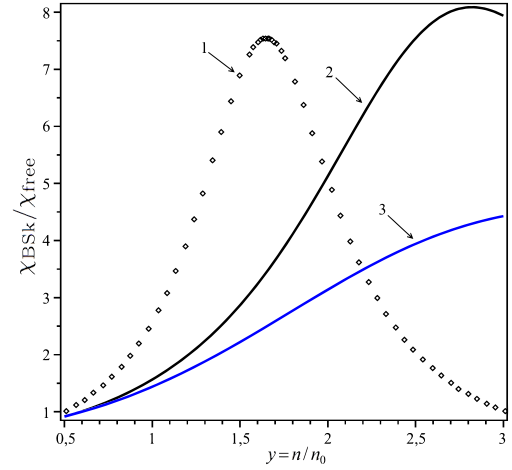


Рис. 5: Відношення $\chi_{BSk}(y)/\chi_{free}$ (41) для ННМ з узагальненими параметризаціями сил Скірма (BSk18 – лінія 1 з «точок», BSk20 – лінія 2 і BSk21 – лінія 3) і триплетним p -спарюванням нейтронів типу ${}^3\text{He} - A$, як функції зведеної густини $y = n/n_0$.

ними BSk силами Скірма фазовий перехід в феромагнітний стан усувається (парамагнітна сприйнятливість $\chi_{BSk}(n)$ є несингулярною функцією густини на досліджуваному тут інтервалі зміни густини нейтронної матерії, див. Рис.5).

В *підрозділі* 5.5 розглянуто надплинну нейтронну матерію в граничному випадку нульової температури при наявності помірно сильних магнітних полів (див. (42)). В цьому випадку загальні рівняння (32) і (36) для ефективного магнітного поля і компонент параметра порядку в густій надплинній нейтронній матерії трансформовано до виду зручного для чисельного їх розв'язання. Щоб розв'язати наближено (з достатньою точністю) два нелінійних інтегральних рівняння щодо невідомих функцій, що визначають розщеплення компонент параметра порядку в магнітному полі, обрано конкретну узагальнену BSk21 параметризацію сил Скірма в нейтронній матерії. Знаходженню цих розв'язків присвячений *підрозділ* 5.6.

В *підрозділі* 5.6 в результаті чисельного розв'язання системи двох нелінійних інтегральних рівнянь для компонент параметра порядку ННМ з BSk21 параметризацією сил Скірма в граничному випадку $T = 0$ встановлено, що в помірно сильних магнітних полях (з інтервалу $10^{16} \text{ Гс} \leq H \leq 10^{17} \text{ Гс}$) починає проявлятися слабка нелінійна залежність від магнітного поля величини розщеплення розв'язків для компонент параметра порядку надплинної нейтронної матерії з анізотропним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A$. Знайдене розщеплення розв'язків для компонент ПП має малу асиметрію ($\Delta_{\uparrow}(T, \xi) \neq \Delta_{\downarrow}(T, \xi)$, див. (36)), зростаючи слабо нелінійним чином із зростанням магнітного поля на цьому інтервалі зміни.

В *підрозділі* 5.7 наведено аналіз результатів отриманих в розділі 5 і в *пункті* 5.7.1 сформульовано висновки з цих результатів.

ВИСНОВКИ

З проведених в дисертації досліджень випливає головний висновок про те, що узагальнений фермі-рідинний підхід є ефективним методом теоретичної фізики, який дозволяє розв'язувати складні проблеми, пов'язані з описом властивостей різних конденсованих середовищ зі спонтанно порушеними симетріями і з сильною міжчастинковою взаємодією: і в тому числі надплинних фаз рідкого гелію-3 і надщільної матерії в компактних астрофізичних об'єктах — нейтронних зірках.

Перелік нових результатів, отриманих дисертантом, які виносяться на захист:

1. У дисертації вирішено важливу задачу теоретичної фізики: далі розвинуто і застосовано узагальнений нерелятивістський фермі-рідинний підхід для опису рівноважних властивостей надплинних фаз гелію-3 і щільної надплинної нейтронної матерії з триплетним спарюванням в сильних магнітних полях.

2. *Вперше* знайдено нову нелінійну за магнітним полем поправку до коефіцієнту при просторових похідних від параметра порядку в рівнянні Гінзбурга-Ландау для надплинного гелію-3, врахування якої необхідно в сильних полях.

3. *Вперше* здобуто уточнену формулу для температури фазового переходу з надплинної фази гелію-3А в гелій-3В в помірно сильному магнітному полі з новою додатковою нелінійною по полю поправкою.

4. В узагальненому фермі-рідинному підході отримано *вперше* загальні аналітичні вирази для аномальних і нормальних функцій розподілу квазічастинок у довільних фазах надплинної парамагнітної фермі-рідини, що складається з електронейтральних ферміонів з триплетним спарюванням у постійному однорідному магнітному полі і при наявності течії нормальної компоненти надплинної рідини.

5. *Вперше* виведено систему нелінійних інтегральних рівнянь для ефективного магнітного поля і компонент параметра порядку густої надплинної просторово однорідної нейтронної матерії з триплетним анізотропним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A_{1,2}$. Передбачалося, що постійне і просторово однорідне магнітне поле – «помірно» сильне, а параметризація сил Скірма в нейтронній матерії – довільна.

6. З інтегральних рівнянь *вперше* отримано загальні наближені аналітичні вирази для температур фазових переходів просторово однорідної нейтронної матерії з довільною параметризацією ефективних сил Скірма в надплинні стани з триплетним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A_{1,2}$. Здобуті функції для температур фазових переходів лінійно залежать від «помірно» сильних магнітних полів H і нелінійно – від густини числа нейтронів в інтервалі від суб'ядерних до над'ядерних значень.

7. *Вперше* виведено загальну наближену аналітичну формулу для ефективного магнітного поля справедливую при нульовій температурі для довільних параметризацій сил Скірма в щільній надплинній нейтронній матерії з триплетним p -спарюванням типу ${}^3\text{He} - A$. Отримано явні вирази для відношення парамагнітних сприйнятливостей ідеального фермі-газу нейтронів і надплинної нейтронної матерії з конкретними традиційними параметризаціями сил Скірма.

8. Встановлено, що в магнітному полі різниця температур фазових переходів нейтронної матерії в надплинні стани з анізотропним триплетним p -спарюванням

(спочатку з нормального стану в стан типу ${}^3\text{He} - A_1$, а потім – в стан ${}^3\text{He} - A_2$), нелінійно зростаючи з ростом густини стає розбіжною при наближенні густини до граничного критичного значення, яке зазвичай перевищує ядерну густину і є різним для різних традиційних параметризацій сил Скірма в нейтронній матерії. При цьому ж критичному значенні густини прямує до нескінченності й парамагнітна сприйнятливість надплинної нейтронної матерії з традиційними силами Скірма, що інтерпретується як фазовий перехід цієї матерії до феромагнітного стану, який співіснує з анізотропною триплетною надплинністю.

9. Показано, що температурні залежності енергетичної щільності надплинних рідин типу ${}^3\text{He} - A$ поблизу $T = 0$ і в околі T_{c0} (при $H = 0$) визначаються тільки симетрією параметра порядку і не залежать від природи взаємодій, які призводять до триплетного куперівського спарювання в системі. Але залежності від густини для температур фазових переходів $T_{c0,BSk}$ і для енергетичної щільності в надплинній нейтронній матерії з узагальненими BSk силами Скірма демонструють немонотонний – «дзвоноподібний» – профіль залежності і відрізняються якісно і кількісно від відповідних величин в надплинній фазі ${}^3\text{He} - A$ рідкого гелію-3.

10. *Вперше* теоретично здобуто уточнені аналітичні вирази з додатковими поправками для питомої теплоємності надплинних нейтронної матерії та фермі-рідини типу гелію-3А з триплетним анізотропним р-спарюванням справедливий при температурах поблизу нульової температури і в околі критичної температури у відсутності магнітного поля. Характер ступеневої залежності питомої теплоємності від температури в надплинній фазі не залежить від взаємодії між ферміонами, а визначається типом їх анізотропного спарювання. Залежність питомої теплоємності від щільності частинок визначається параметрами взаємодії і істотно розрізняється для різних надплинних фермі-рідин.

11. *Вперше* отримано загальні аналітичні наближені вирази для температур фазових переходів у надплинній нейтронній матерії з триплетним спарюванням типу гелію-3А, що залежать лінійним чином від помірно сильного магнітного поля і немонотонним чином від густини надплинної нейтронної матерії з узагальненими BSk ефективними силами Скірма: мають дзвоноподібний профіль залежності від густини числа частинок при кожному фіксованому значенні магнітного поля.

12. Показано *вперше*, що не тільки в нормальній, але і в надплинній нейтронній матерії з анізотропним триплетним р-спарюванням нейтронів подібним до спарювання в гелії-3А і з узагальненими BSk параметризаціями сил Скірма, які містять додаткові складові залежні від густини числа нейтронів, усувається феромагнітна нестійкість, тобто магнітна сприйнятливість проявляє несингулярну залежність від густини при суб'ядерних і над'ядерних її значеннях.

Таким чином, виконано усі задачі дослідження і мету дисертації досягнуто.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. **Тарасов А.Н.** Уравнения для параметра порядка сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием вблизи T_c в магнитном поле. *ФНТ*. 1995. Т. 21, №1. С. 24–37; [Tarasov A.N. *Low Temp. Phys.* 1995. Vol. 21, №1. P. 17–26];(квартиль Q3).

2. **Тарасов А.Н.** О поправках в уравнениях Гинзбурга-Ландау, обусловленных течением нормальной компоненты сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным р-спариванием. *ФНТ*. 1997. Т. 23, №3. С. 243–248; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 1997. Vol. 23, №3. P. 177–180]; (квартиль Q3).
3. **Тарасов А.Н.** К теории сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием в магнитном поле. *ФНТ*. 1998. Т. 24, №5. С. 429–437; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 1998. Vol. 24, №5. P. 324–330]; (квартиль Q3).
4. **Тарасов А.Н.** Некоторые вопросы теории сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием в магнитном поле. *ФНТ*. 2000. Т. 26, №11. С. 1059–1066; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 2000. Vol. 26, No11. P. 785–790]; (квартиль Q3).
5. **Tarasov A.N.** About nonunitary phases of superfluid helium-3 in a magnetic field. *J. Mol. Liquids* (Elsevier Science). 2001. Vol. 93, №1–3. P. 87–90; (квартиль Q3).
6. **Tarasov A.N.** Self-consistency equations for nonunitary phases of superfluid Fermi liquid with spin-triplet pairing in a magnetic field. *Probl. Atom. Sci. Techn.* 2001. №6(2). P. 356–359; (квартиль Q4).
7. **Tarasov A.N.** Equations for the order parameter and effective magnetic field for nonunitary phases of superfluid Fermi liquids with spin-triplet p-wave pairing. *Physica B*. 2003. Vol. 329-333, Part 1. P. 100–101; (квартиль Q2).
8. **Tarasov A.N.** Phase transition temperatures of dense neutron matter with Skyrme interaction to superfluid states with spin-triplet pairing in high magnetic field. *Europhysics Letters*. 2004. Vol. 65, №5. P. 620–626; (квартиль Q1).
9. **Tarasov A.N.** Superfluidity of dense neutron matter with spin-triplet p-wave pairing in strong magnetic field. *AIP Conf. Proc.* 2006. V. 850. P.109-110;(квартиль Q4).
10. **Tarasov A.N.** Spin-triplet superfluidity of neutron matter with Skyrme forces in strong magnetic field near T_c . *Probl. Atom. Sci. Techn.* 2007. №3(2). P. 418–423; (квартиль Q4).
11. **Tarasov A.N.** About magnetic susceptibility of dense superfluid neutron matter with spin-triplet p-wave pairing. *Ukr. J. Phys.* 2010. Vol. 55, №5. P. 644–650; (квартиль Q4).
12. **Tarasov A.N.** Triplet superfluidity in neutron matter with Skyrme forces at subnuclear and supranuclear densities in a strong magnetic field. *Centr. Eur. J. Phys.* 2011. Vol. 9, №4. P. 1057–1076; (квартиль Q3).
13. **Tarasov A.N.** Phase transitions of dense neutron matter with generalized Skyrme interaction to superfluid states with triplet pairing in strong magnetic field. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2012. Vol. 400. 032101 (4 pp.); (квартиль Q3).
14. **Tarasov A.N.** Magnetic susceptibilities of dense superfluid neutron matter with generalized Skyrme forces and spin-triplet pairing at zero temperature. *Ukr. J. Phys.* 2013. Vol. 58, №7. P. 611–617; (квартиль Q4).
15. **Tarasov A.N.** On the theory of phase transitions in dense neutron matter with generalized Skyrme interactions and anisotropic spin-triplet p-wave pairing in strong magnetic field. *EPL (Europhys. Lett.)*. 2014. Vol. 105, №5. 52001(6p.); (квартиль Q2).
16. **Tarasov A.N.** Analytical solutions of equation for the order parameter of dense

- superfluid neutron matter with anisotropic spin-triplet p-wave pairing at finite temperatures. *ФНТ*. 2016. Т. 42, №3. С. 222–229; [Tarasov A.N. *Low Temp. Phys.* 2016. Vol. 42, №3. P. 169–175]; (квартиль Q3).
17. **Тарасов А.Н.** К теории сверхтекучести плотной нейтронной материи с анизотропным триплетным р-спариванием в сильных магнитных полях. *ФНТ*. 2018. Т. 44, №4. С. 368–378; [Tarasov A.N. *Low Temp. Phys.* 2018. Vol. 44, №4. P. 278–285]; (квартиль Q3).
18. **Тарасов А.Н.** Аналитический вывод выражений для удельной теплоемкости сверхтекучих ферми-жидкостей со спин-триплетным анизотропным р-спариванием при конечных температурах. *ФНТ*. 2019. Т. 45, №4. С. 423–433; [Tarasov A.N. *Low Temp. Phys.* 2019. Vol. 45, №4. P. 367–375]; (квартиль Q3).
19. **Тарасов А.Н.** О выводе уравнений Гинзбурга-Ландау для сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием. Препринт ХФТИ 92-29. Харьков, 1992. 11с.
20. **Tarasov A.N.** Phase transitions of dense neutron matter with generalized Skyrme interaction to superfluid states with triplet pairing in strong magnetic field. [arXiv:nucl-th/1301.5528. 4pp.].
21. **Тарасов А.Н.** Об уравнениях Гинзбурга-Ландау для сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием. Сб. аннотаций Всесоюзной конференции «Современные проблемы статистической физики» (Харьков, 14–17 мая 1991 г.), ХФТИ МАЭП СССР и МИАН СССР им. В.А.Стеклова, Харьков, 1991. С.122-123.
22. **Тарасов А.Н.** Об уравнениях Гинзбурга-Ландау для сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием. *Вопр. атом. науки и техники. Сер.: Ядерно-физич. Исследования (Теория и эксперимент)*. 1992, вып. 3(24). С. 176–182.
23. **Тарасов А.Н.** Уравнения для параметра порядка сверхтекучей ферми - жидкости с триплетным спариванием вблизи T_c в магнитном поле. Див. в: «30-е Сове­ щание по физике низких температур», (НТ30), 6-8 сент. 1994г. Тезисы докладов. РАН. Научный совет по проблеме «Физика низких температур». ОИЯИ, Д14-94-269. Часть 2. Дубна, 1994. С. 49–50.
24. **Tarasov A.N.** About corrections to the coefficients in the Ginzburg-Landau equations for superfluid Fermi liquid with triplet pairing. In: Conference Handbook, XXI Int. Conf. on Low Temperature Physics, Aug. 8-14, 1996, Prague, Czech Republic. P. 419. [LT21].
25. **Тарасов А.Н.** Применение обобщенного ферми-жидкостного подхода в теории сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием в магнитном поле. Див. в: «31-е Сове­ щание по физике низких температур», (НТ31), 2–3 дек. 1998г. Тезисы докладов. (РАН. Научный совет по проблеме «Физика низких температур». МГУ им. М.В. Ломоносова, Инст. Физич. Проблем им. П.Л. Капицы РАН). Москва, 1998. С. 178–179.
26. **Tarasov A.N.** About nonunitary phases of superfluid helium-3 in a magnetic field. In: "Special Problems in Physics of Liquids". Int. Conf., May 31–June 4, 1999, Odessa, Ukraine. Abstracts. Odessa, "Astro Print", 1999. P. 139–140.
27. **Тарасов А.Н.** К вопросу об описании неунитарных фаз сверхтекучей ферми-

жидкости с триплетным спариванием в магнитном поле. Див. в: «32-е Всероссийское Собрание по физике низких температур», (НТ32), Казань, 3–6 окт. 2000. Тезисы докладов секции QL: «Квантовые Жидкости и Кристаллы». Казанский госуниверситет, 2000. С. 35–36.

28. **Tarasov A.N.** Equations for the order parameter and effective magnetic field for nonunitary phases of superfluid Fermi liquids with spin-triplet p-wave pairing. The 23rd Inter. Conf. On Low Temperature Physics. August 20-27, 2002, Hiroshima, Japan. Program&Abstracts. P. 404. [LT23].

29. **Tarasov A.N.** About phase transitions of dense neutron matter with Skyrme interaction to superfluid states with spin-triplet pairing in high magnetic field. In: Abstracts of the 2nd Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems", Sept. 12–15, 2003, Kyiv, Ukraine. P. 158.

30. **Tarasov A.N.** On the theory of superfluidity of dense neutron matter with spin-triplet p-wave pairing in a magnetic field. In: Book of Abstracts. Bogolyubov Kyiv confer. "Modern Problems of Mathematics and Theoretical Physics", Sept. 13-16, 2004, Kyiv. P. 93.

31. **Tarasov A.N.** Application of generalized Fermi-liquid approach for description of dense superfluid neutron matter with spin-triplet pairing in strong magnetic field. In: Abstracts of the 3rd Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2005), May 27-30, 2005, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid Bulavin). P. 225.

32. **Tarasov A.N.** About superfluidity of dense neutron matter with spin-triplet p-wave pairing in strong magnetic field. Abstract PA Th.6, in: Official Conference Book of the 24th Int. Conf. on Low Temperature Physics, August 10-17, 2005, Orlando, Florida, USA (LT24). P. 4. [LT24].

33. **Tarasov A.N.** Spin-triplet superfluidity of neutron matter with Skyrme forces in strong magnetic field near T_c . In: Book of Abstracts of the 2nd Intern. Conf. on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2006), Sept. 19-23, 2006, Kharkov, Ukraine. NSC KIPT, Kharkov, 2006. P. 199-200.

34. **Tarasov A.N.** About magnetic properties of superfluid dense neutron matter with Skyrme interactions at zero temperature. In: Book of Abstracts of the 2nd Intern. Conf. on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2006), Sept. 19-23, 2006, Kharkov, Ukraine. NSC KIPT, Kharkov, 2006. P. 203.

35. **Tarasov A.N.** Some questions of superfluidity with triplet p-wave pairing in neutron matter at subnuclear and supernuclear densities in strong magnetic field. Abstract 7-11. O., in: Abstracts of the 4th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2008), May 23-26, 2008, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid Bulavin). P.219.

36. **Tarasov A.N.** Triplet superfluidity in neutron matter with Skyrme forces at subnuclear and supranuclear densities in strong magnetic field. In: Book of Abstracts. Bogolyubov Kyiv Confer. "Modern Problems of Theoretical and Mathematical Physics", Sept. 15-18, 2009, Kyiv. P. 106.

37. **Tarasov A.N.** About magnetic susceptibility of dense superfluid neutron mat-

ter with spin-triplet p-wave pairing. In: Book of Abstracts. Bogolyubov Kyiv Confer. "Modern Problems of Theoretical and Mathematical Physics", Sept. 15-18, 2009, Kyiv. P. 190.

38. **Tarasov A.N.** About absence of ferromagnetic instability in dense superfluid neutron matter with generalized Skyrme interactions and spin-triplet pairing. Abstract 8-9. P., in: Abstracts of the 5th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP-2010), May 21-24, 2010, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid Bulavin). P. 333.

39. **Tarasov A.N.** Phase transitions of dense neutron matter with generalized Skyrme interaction to superfluid states with triplet pairing in strong magnetic field. Abstract 13P-C064, in: LT26 Booklet.pdf of the 26th Int. Conf. on Low Temperature Physics, August 10-17, 2011, Beijing, China. P. 230. [LT26].

40. **Tarasov A.N.** Dense superfluid neutron matter with generalized Skyrme interaction and spin-triplet pairing without ferromagnetic instabilities. Abstract 13P-C066, in: LT26 Booklet.pdf of the 26th Int. Conf. on Low Temperature Physics, August 10-17, 2011, Beijing, China. P. 230-231. [LT26].

41. **Tarasov A.N.** On the theory of phase transitions in dense neutron matter with generalized Skyrme interaction and anisotropic spin-triplet pairing in strong magnetic field. Abstract OE25, in: "BOOK OF ABSTRACTS". 3rd Intern. Conf. on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2011), Aug. 29 – Sept. 2, 2011, Kharkov, Ukraine. Kharkov: NSC KIPT, 2011. P. 171-172.

42. **Tarasov A.N.** Magnetic susceptibilities of dense superfluid neutron matter with spin-triplet pairing for models with conventional and generalized Skyrme forces. Abstract PE28, in: "BOOK OF ABSTRACTS". 3rd Intern. Conf. on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics"(QEDSP 2011), Aug. 29 – Sept. 2, 2011, Kharkov, Ukraine. Kharkov: NSC KIPT, 2011. P. 198.

43. **Tarasov A.N.** Spin-triplet anisotropic superfluidity in dense neutron matter with generalized Skyrme interactions in strong magnetic field. Abstract O-35, in: "Program&Proceedings" Int. Conf. "Problems of Theoretical Physics" dedicated to the 100-th anniversary of Alexander Davydov, Oct. 8–11, 2012, Bogolyubov ITP, Kyiv, Ukraine. P. 51.

44. **Tarasov A.N.** Magnetic susceptibilities of dense superfluid neutron matter with generalized Skyrme forces and spin-triplet pairing at zero temperature. Abstract P-39, in: "Program&Proceedings" Int. Conf. "Problems of Theoretical Physics" dedicated to the 100-th anniversary of Alexander Davydov, Oct. 8–11, 2012, Bogolyubov ITP, Kyiv, Ukraine. P. 109.

45. **Tarasov A.N.** About phase transitions in dense neutron matter with generalized Skyrme forces to superfluid states with anisotropic spin-triplet pairing in strong magnetic field. **Plenary talk** in: Proceedings of the Int. School-seminar "New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions" (NPQCD-2013). May 22-24, 2013, Dnipropetrovsk, Ukraine. P. 25–32.

46. **Tarasov A.N.** Superfluidity without ferromagnetic instabilities in dense neutron

- matter with modern generalized Skyrme forces and spin-triplet pairing. Abstract 1-3.O., in: ABSTRACTS of the 6th Int. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP-2014), May 23-27, 2014, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid Bulavin). P.15-47.
47. **Tarasov A.N.** About analytical solutions of equation for the order parameter of dense superfluid neutron matter with anisotropic spin-triplet p-wave pairing at finite temperatures. Abstract 2-7.O, in: the ABSTRACTS of the 7th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP-2016), May 27-30, 2016, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid A. Bulavin). P. 45.
48. **Tarasov A.N.** Splitting of energy gap in superfluid neutron matter with anisotropic spin-triplet pairing in strong magnetic field. Abstract P.826 in Poster session 4 at LT28 (28th Int. Conf. on Low Temperature Physics, August 9-16, 2017, Gothenburg, Sweden). See pp.413–414 in "LT28 ABSTRACTS ORAL & POSTER".
49. **Tarasov A.N.** About calculation of specific heat for dense superfluid neutron matter with anisotropic spin-triplet p-wave pairing at low temperatures. Abstract 4-7.O, in: ABSTRACTS of the 8th Int. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP-2018), May 18-22, 2018, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid A. Bulavin). P. 72.

СПИСОК ЦИТОВАНОЇ В АВТОРЕФЕРАТІ ЛІТЕРАТУРИ

- 1*. Mackenzie A.P. and Maeno Y. The superconductivity of Sr_2RuO_4 and the physics of spin-triplet pairing. *Rev. Mod. Phys.* 2003. Vol. 75, No.2. P. 657–712.
- 2*. Минеев В.П. Сверхпроводимость в урановых ферромагнетиках. *Успехи Физ. Наук.* 2017. Т. 187, №2. С. 129–158.
- 3*. Mineev V.P. Theory of type-II superconductivity in ferromagnetic metals with triplet pairing. *Fiz. Nizk. Temp.* 2018. Vol. 44, No.6. P. 663–673.
- 4*. Hewish A., Bell S.J., Pilkington J.D.H., Scott P.F., Collins R.A. Observation of rapidly pulsating radio source. *Nature.* 1968. Vol. 217. P. 709–713.
- 5*. Duncan R.C. and Thompson C. Formation of very strongly magnetized neutron stars: implications for gamma-ray bursts. *Astrophys. J.* 1992. Vol. 392. P. L9–L13.
- 6*. Woods P.M. and Thompson C. Soft gamma repeaters and anomalous X-ray pulsars: magnetar candidates. Chapter 14 in: Compact Stellar X-ray Sources, eds. W.H.G. Lewin and M. van der Klis, *Cambridge Astrophysics Series*, No. 39. New York: Cambridge University Press, 2006. P. 547–586.
- 7*. Малов И.Ф., Мачабели Г.З. Аномальные пульсары. М: Наука, 2009. 144с.
- 8*. Haensel P., Potekhin A.Y., and Yakovlev D.G. Neutron Stars 1. Equation of State and Structure. New York: Springer, 2007. 642 pp.
- 9*. Skokov V.V., Illarionov A.Yu., and Toneev V.D. Estimate of the magnetic field strength in heavy-ion collisions. *Int. J. Mod. Phys. A.* 2009. Vol. 24, №31. P. 5925–5932; (arXiv:nucl-th/0907.1396. 8pp.).
- 10*. Krasil'nikov V.V., Peletminskii S.V., and Yatsenko A.A. On the theory of a superfluid Fermi liquid. *Physica A.* 1990. Vol. 162, Iss. 3. P. 513–541.
- 11*. Ахиезер А.И., Красильников В.В., Пелетминский С.В., Яценко А.А. Теория сверхтекучей ферми-жидкости. *УФН.* 1993. Т. 163, №2. С. 1-32.

- 12*. Akhiezer A.I., Krasil'nikov V.V., Peletminskii S.V., and Yatsenko A.A. Research on superfluidity and superconductivity on the basis of the Fermi liquid concept. *Phys. Rep.* 1994. Vol. 245, №1&2. P. 1–110.
- 13*. Ландау Л.Д. Теория ферми-жидкости. *ЖЭТФ*. 1956. Т. 30, вып.6. С. 1056–1064; К теории ферми-жидкости. *ЖЭТФ*. 1958. Т. 35, вып.1. С. 97–103.
- 14*. Исаев А.А., Пелетминский С.В. К теории триплетного спаривания в модели ферми-жидкости. *Укр. Физ. Ж.* 1992. Т. 37, №6. С. 952–960.
- 15*. Vollhardt D. and Wölfle P. *The Superfluid Phases of Helium 3*. London: Taylor and Francis, 1990. 619 pp.
- 16*. Chamel N., Goriely S., and Pearson J.M. Further explorations of Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov mass formulas. XI. Stabilizing neutron stars against a ferromagnetic collapse. *Phys. Rev. C*. 2009. Vol. 80, №6. 065804 (12 pp.).
- 17*. Goriely S., Chamel N., and Pearson J.M. Further explorations of Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov mass formulas. XII. Stiffness and stability of neutron-star matter. *Phys. Rev. C*. 2010. Vol. 82, №3. 035804 (18 pp.).

АНОТАЦІЇ

Тарасов О.М. Узагальнений фермі-рідинний підхід в теорії надплинності ${}^3\text{He}$ і нейтронної матерії з анізотропним триплетним спарюванням в сильних магнітних полях. — На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика (104 – Фізика та астрономія). – Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України, Харків, 2020.

Дисертація присвячена дослідженню в єдиному теоретичному підході рівноважних властивостей і фазових переходів в надплинних фермі-рідинах з триплетним спарюванням електронейтральних парамагнітних ферміонів – в гелії-3 і нейтронній рідині в ядрах нейтронних зірок – в сильних магнітних полях. На основі фермі-рідинного підходу, узагальненого на надплинні системи, в першій частині дисертації, що складається з двох розділів, отримано результати для надплинних фаз рідкого гелію-3 в помірно сильних магнітних полях як поблизу температури фазового переходу з нормального в надплинний стан, так і для довільних значень температур, при яких гелій-3 є надплинним. Зокрема, отримано уточнену формулу з новою додатковою нелінійною по полю поправкою для температури фазового переходу з надплинної фази ${}^3\text{He} - A$ в фазу ${}^3\text{He} - B$ в помірно сильному магнітному полі. Виведено в явному вигляді загальні вирази для аномальних і нормальних функцій розподілу квазічастинок, необхідні для опису довільних фаз надплинної парамагнітної фермі-рідини, що складається з електронейтральних ферміонів, з триплетним спарюванням в магнітному полі і при будь-яких температурах в області існування надплинності.

В другій частині дисертації, що складається з трьох розділів, для нейтронної рідини суб'ядерних і над'ядерних густин досліджуються рівноважні властивості надплинних фаз з триплетним спарюванням нейтронів в сильних магнітних

полях, використовуючи в якості міжчастинкової взаємодії різні параметризації ефективних сил Скірма, що залежать від густини нейтронів. В результаті аналітичних розрахунків отримано наближені формули для температур фазових переходів в різні надплинні фази щільної нейтронної матерії з анізотропним триплетним p -спарюванням нейтронів в сильних магнітних полях і знайдено вид їх лінійної залежності від помірно сильного магнітного поля і нелінійної – від густини (в межах застосовності нерелятивістського підходу). Знайдено для магнітної сприйнятливості явні залежності від густини для нейтронної матерії з двома різновидами сил Скірма (для традиційних і узагальнених їх параметризацій з одним і з трьома доданками відповідно, що залежать від густини) і з триплетним спарюванням нейтронів в граничному випадку температури, яка дорівнює нулю. Показано, що у разі традиційних сил Скірма магнітна сприйнятливість надплинної нейтронної рідини прямує до нескінченності при наближенні густини до певного критичного значення, що, як правило, перевищує ядерну густину, і це свідчить про виникнення феромагнітної нестійкості в системі. А для узагальнених сил Скірма ця феромагнітна нестійкість нейтронної рідини усувається не тільки в нормальному стані, але і в стані з анізотропною триплетною надплинністю типу ${}^3\text{He} - \text{A}$. Виведено уточнені формули для питомої теплоємності (що за відсутності магнітного поля залежить від температури і густини) як для щільної надплинної нейтронної матерії з узагальненими силами Скірма і з триплетним p -спарюванням нейтронів, так і для надплинної анізотропної А-фази гелію-3 для наднизьких температур і для температур близьких до температур фазових переходів в надплинні стани.

Ключові слова: надплинна фермі-рідина; триплетне спарювання; параметр порядку; гелій-3; густа нейтронна матерія; традиційні і узагальнені сили Скірма; сильні магнітні поля; магнітна сприйнятливість; питома теплоємність.

Тарасов А.Н. Обобщенный ферми-жидкостной подход в теории сверхтекучести ${}^3\text{He}$ и нейтронной материи с анизотропным триплетным спариванием в сильных магнитных полях. — На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика (104 – Физика и астрономия). – Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт» НАН Украины, Харьков, 2020.

Диссертация посвящена теоретическому исследованию равновесных свойств и фазовых переходов в сверхтекучих ферми-жидкостях с триплетным спариванием электронейтральных фермионов в сильных магнитных полях. Таковыми являются сверхтекучие фазы ядерных парамагнетиков — жидкого гелия-3 и плотной нейтронной жидкости в ядрах нейтронных звезд. На основе ферми-жидкостного подхода, обобщенного на сверхтекучие системы, в первой части диссертации, состоящей из двух глав, получены результаты для сверхтекучих фаз жидкого гелия-3 в умеренно сильных магнитных полях как вблизи температуры фазового перехода из нормального в сверхтекучее состояние, так и для произвольных значений температур, при которых гелий-3 является сверхтекучим. В частности, получена

уточненная формула с новой дополнительной нелинейной по полю поправкой для температуры фазового перехода из сверхтекучей фазы ${}^3\text{He} - \text{A}$ в фазу ${}^3\text{He} - \text{B}$ в умеренно сильном магнитном поле. Выведены в явном виде общие выражения для аномальных и нормальных функций распределения квазичастиц, необходимые для описания произвольных фаз сверхтекучей парамагнитной ферми-жидкости, состоящей из электронейтральных фермионов, с триплетным спариванием в магнитном поле и при любых температурах в области существования сверхтекучести.

Во второй части диссертации, состоящей из трех глав, для нейтронной жидкости субъядерных и сверхъядерных плотностей исследуются равновесные свойства сверхтекучих фаз с триплетным спариванием нейтронов в сильных магнитных полях, используя в качестве межчастичного взаимодействия различные параметризации эффективных сил Скирма, зависящих от плотности нейтронов. В итоге аналитических расчетов получены приближенные формулы для температур фазовых переходов в разные сверхтекучие фазы плотной нейтронной материи с анизотропным триплетным p -спариванием нейтронов в сильных магнитных полях и найден вид их линейной зависимости от умеренно сильного магнитного поля и нелинейной зависимости от плотности. Для магнитной восприимчивости в пределе нулевой температуры найдены явные зависимости от плотности для нейтронной материи с двумя разновидностями сил Скирма (для традиционных и обобщенных их параметризаций с одним и с тремя слагаемыми, зависящими от плотности) и с триплетным спариванием нейтронов. Показано, что магнитная восприимчивость сверхтекучей нейтронной жидкости с традиционными силами Скирма стремится к бесконечности при приближении плотности к критическому значению, которое, как правило, превышает ядерную плотность, и это свидетельствует о возникновении ферромагнитной неустойчивости в системе. А для нейтронной жидкости с обобщенными силами Скирма ферромагнитная неустойчивость устраняется не только в нормальном состоянии, но и в состоянии с анизотропной триплетной сверхтекучестью типа ${}^3\text{He} - \text{A}$. Выведены уточненные формулы для удельной теплоемкости (зависящей в отсутствие магнитного поля от температуры и плотности) как для сверхтекучей нейтронной материи с обобщенными силами Скирма и с триплетным p -спариванием нейтронов, так и для сверхтекучей анизотропной А-фазы гелия-3 при сверхнизких температурах и температурах близких к температурам фазовых переходов в сверхтекучие состояния.

Ключевые слова: сверхтекучая ферми-жидкость; триплетное спаривание; параметр порядка; гелий-3; плотная нейтронная материя; традиционные и обобщенные силы Скирма; сильные магнитные поля; магнитная восприимчивость; удельная теплоемкость.

Tarasov A.N. Generalized Fermi-liquid approach in the theory of superfluidity of ${}^3\text{He}$ and neutron matter with anisotropic spin-triplet pairing in strong magnetic fields. — Manuscript copyright.

Thesis for scientific degree of Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, speciality 01.04.02 – theoretical physics (104 – Physics and Astronomy). – National Science

Center "Kharkiv Institute of Physics and Technology" NAS of Ukraine, Kharkiv, 2020.

The Doctoral Thesis is devoted to theoretical investigation of equilibrium properties and phase transitions in superfluid Fermi-liquids (SFLs) with spin-triplet pairing of electrically neutral fermions in strong magnetic fields. The superfluid phases of liquid helium-3 and phases of dense neutron fluid in cores of neutron stars serve as examples of such SFLs. Based on the Fermi-liquid approach generalized to superfluid systems, in the first part of the thesis, consisting of two chapters, the results are obtained for superfluid phases of liquid helium-3 in moderately strong magnetic fields at temperatures near the phase transition temperature from normal to superfluid state and also for any temperatures at which helium-3 is superfluid. In particular, a refined formula is obtained for the phase transition (PT) temperature from superfluid phase ${}^3\text{He} - \text{A}$ to phase ${}^3\text{He} - \text{B}$ in moderately strong magnetic field with new additional correction which is nonlinear in field. General explicit expressions are derived for abnormal and normal distribution functions of quasiparticles, which are valid for description of arbitrary phases of the neutral paramagnetic SFL with spin-triplet pairing of the ${}^3\text{He}$ type at any temperatures in a static and uniform magnetic field.

The second part of the thesis (see chapters 3, 4, 5) is devoted to investigation of dense superfluid spatially homogeneous pure neutron matter (SNM) with spin-triplet anisotropic p -wave pairing of the ${}^3\text{He} - \text{A}_{1,2}$ type in static and spatially uniform moderately strong magnetic field. The effective Skyrme forces (which depend on density of neutron matter) are used as interaction in SNM. General approximate analytical formulas for phase transition temperatures in spatially uniform pure NM (with arbitrary parametrization of the effective Skyrme forces) from normal to superfluid states with spin-triplet p -wave pairing of ${}^3\text{He} - \text{A}_{1,2}$ type are obtained. These PT temperatures are functions linear of moderately strong magnetic fields and nonlinear of number density of neutrons in the range from sub- to supra-nuclear densities. Explicit expressions for the ratio of paramagnetic susceptibilities of ideal Fermi-gas of neutrons and dense SNM are obtained for definite selected so-called traditional parametrizations of the Skyrme forces with only one term dependent on neutron density. It is demonstrated that in magnetic field the difference of the PT temperatures of neutron matter to superfluid states with anisotropic spin-triplet p -wave pairing (first from the normal state to the state of ${}^3\text{He} - \text{A}_1$ type and then to the state of ${}^3\text{He} - \text{A}_2$ type) nonlinearly and monotonically grows in magnitude with density and is divergent when neutron density tends to the critical value (which, as a rule, exceeds the nuclear density and is specific for each traditional parametrization of the Skyrme forces in SNM). The paramagnetic susceptibility of SNM is also divergent at the same critical value of density. It might be explained as phase transition of SNM to ferromagnetic state which coexists with anisotropic spin-triplet superfluidity in neutron matter with traditional Skyrme forces. In the subsequent chapters 4 and 5 in the framework of the same theoretical approach the superfluid and magnetic properties of SNM in the state of statistical equilibrium are investigated with using a number of new generalized effective Skyrme forces from the family of BSk parametrizations, which contain more than one, namely, three

terms dependent on neutron density. It was found that the temperature dependencies of the energy gap of superfluid Fermi-liquid of the ${}^3\text{He} - A$ type near $T = 0$ and in the vicinity of PT temperature $T_{c0}(n)$ (in the absence of a magnetic field) are determined only by the symmetry of the order parameter and do not depend on the nature of interactions, which give rise to the triplet Cooper pairing in a system. However density dependencies for the PT temperatures $T_{c0,\text{BSk}}(n)$ and for the energy gap in SNM with the generalized BSk Skyrme forces (they demonstrate a non-monotone "bell-shaped" density profile) differ essentially (both qualitatively and quantitatively) from the corresponding values in superfluid phase ${}^3\text{He} - A$ of liquid helium-3. The improved approximate analytical formulas are derived for the specific heat of SNM (or SFLs) with anisotropic spin-triplet p -wave pairing of the ${}^3\text{He} - A$ type, which are valid near $T = 0$ and in the vicinity of PT temperature $T_{c0}(n)$. The character of the specific heat dependence on temperature T in a superfluid phase appears not to be dependent on the type of interaction between fermions. This means that the power-law temperature dependence of the specific heat of SNM (or SFLs) is determined by the type of unconventional anisotropic Cooper pairing of fermions. It is established that the dependence of the specific heat on the density differs significantly for various SFLs (or for SNM with different generalized parametrizations of Skyrme forces) and is determined by the interaction parameters. These results about specific heat of SNM may be of interest for neutron star physics in connection with neutron star cooling.

In the case of SNM with generalized BSk parametrizations of Skyrme forces and under the effect of moderately strong magnetic field the derived analytical approximate expressions for the PT temperatures $T_{c1,2}(H, n)$ of neutron matter (first from the normal state to superfluid state similar to ${}^3\text{He} - A_1$ and then to state of ${}^3\text{He} - A_2$ type) are linear functions of moderately strong magnetic field H (as in the case with traditional Skyrme forces). Besides, in contrast with traditional parametrizations of the Skyrme forces, these formulas for the PT temperatures $T_{c1,2}(H, n)$ (as well as $T_{c0}(n)$) depend in a non-monotone way on the density n of SNM (with a bell-shaped density profile at any particular value of magnetic field). It is demonstrated that ferromagnetic instability is removed not only in normal (nonsuperfluid) NM, but also in SNM with anisotropic spin-triplet p -wave pairing (of the ${}^3\text{He} - A$ type) of neutrons and with generalized parametrizations of BSk types for the Skyrme interactions, that is, the magnetic susceptibility of SNM is non-singular function of density at subnuclear and supranuclear values. Phase transitions in neutron matter to superfluid states of such type and so strong magnetic fields might occur and exist at subnuclear and supranuclear densities as in liquid outer core of magnetars (strongly magnetized neutron stars).

Key words: superfluid Fermi-liquid; spin-triplet pairing; order parameter; helium-3; dense neutron matter; conventional and generalized Skyrme forces; strong magnetic fields; magnetic susceptibility; specific heat.